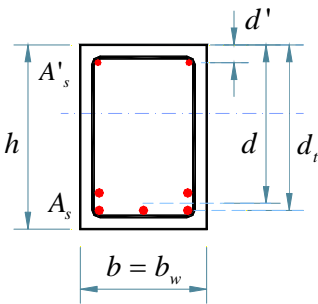


FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad**

Conceptos preliminares: Cuantía



$d$ : distancia desde la fibra comprimida extrema hasta el baricentro de la armadura longitudinal traccionada (altura útil)

CUANTÍA DE ARMADURA TRACCIONADA	CUANTÍA DE ARMADURA COMPRIMIDA
$\rho = \frac{A_s}{b d}$	$\rho' = \frac{A'_s}{b d}$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

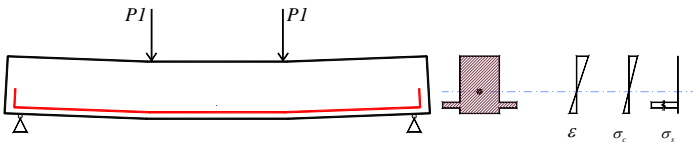
ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad

Lámina 2

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Conceptos preliminares: Armadura mínima en flexión

Viga en Estado I



Si se desprecia la contribución de la armadura:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I_g} y_t \Rightarrow M = \frac{\sigma_{\max} I_g}{y_t}$$

$I_g$ : momento de inercia de la sección total o bruta del elemento de hormigón, con respecto al eje baricéntrico, sin considerar la armadura  
 $y_t$ : distancia desde el eje baricéntrico de la sección transversal bruta del hormigón, sin considerar la armadura, a la cara traccionada

**Se fisurará cuando:**  $\sigma_{\max} = f_r$  Resistencia a tracción por flexión en el hormigón  $f_r = 0.625\sqrt{f'_c}$

$\Rightarrow M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$  El momento de fisuración  $M_{cr}$  es con el que se alcanza en la fibra más traccionada la resistencia a tracción por flexión en el hormigón

Armadura mínima en elementos solicitados a flexión:

$$A_{s,\min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d$$

Al fisurarse, la fisura tiende a propagarse rápidamente casi hasta el baricentro de la sección. Hay una repentina transferencia de las tensiones de tracción desde el hormigón al acero. Tiene que haber una cantidad mínima de armadura para que no se produzca una falla abrupta. Esa armadura mínima debería al menos asegurar un momento nominal mayor o igual que  $M_{cr}$ .

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad Lámina 3

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Conceptos preliminares: Armadura – Barras comerciales

Tabla de diámetros comerciales:

Diámetro [mm]	Sección [cm <sup>2</sup> ]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

- Longitud máxima= 12m
- Atención: no se fabrica  $\phi 14$
- $\phi 32$  sólo bajo pedido especial

Ejemplo:

$A_{s,nec} = 5.05 \text{ cm}^2$

Adopto 5  $\phi 12$

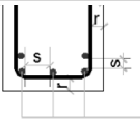
$A_{s,adop} = 5 \times 1.13 \text{ cm}^2 = 5.65 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad Lámina 4

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Conceptos preliminares: Armadura – Pautas básicas de armado

Armadura Principal



r: recubrimiento  
s: separación entre barras

2 ARMADURA PRINCIPAL

- Cantidad mínima: 2 barras
- Diámetro mínimo:  $\phi 10$  (Recomendación de la cátedra:  $\phi 10$  – Por reglamento:  $\phi 8$ )
- Cantidad de capas: 1 o 2 (Excepcionalmente, 3) Ojo con el brazo elástico!
- Debe verificar:  $A_{s,adop} \geq A_{s,nec}$
- Debe verificar:  $A_{s,min}$
- Debe verificar: separación mínima y recubrimiento mínimo
- Recomendaciones:
  - Es preferible más barras de menor diámetro: Disminuyendo el diámetro de la armadura se logran fisuras de menor abertura y mejor distribuidas. Además, tienen un menor costo.
  - No mezclar diámetros muy distintos. Adoptar por ejemplo diámetros consecutivos.

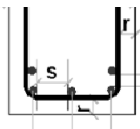
ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 5

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Conceptos preliminares: Armadura – Pautas básicas de armado

Armadura Principal



r: recubrimiento  
s: separación entre barras

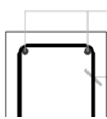
2 ARMADURA PRINCIPAL

Separación mínima entre barras

$$s \begin{cases} \geq 2.50 \text{ cm} \\ \geq \phi_{barra} \\ \geq 1.33 \text{ tamaño nominal del Agregado grueso} \end{cases}$$


---

Perchas y Estribos

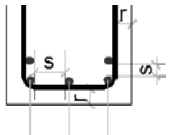


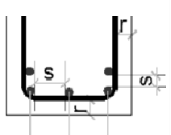
1 PERCHAS Armadura constructiva  
Diámetro mínimo:  $\begin{cases} \phi 6 / \phi 8 \\ \phi \geq \phi_{estribo} \\ \phi \geq \phi_{long} / 2 \end{cases}$

3 ESTRIBOS Armadura de corte  
Diámetro s/cálculo:  
 $\phi 6 - 8$  Ocasionalmente  $\phi 10-12$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 6

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I	<b>Conceptos preliminares</b>	<b>Tabla 7.7.1. Recubrimientos mínimos para hormigón colocado en obra (no pretensado), para clases de exposición A1 y A2<sup>(1)</sup> (ver también artículo 7.7.5.)</b>												
	<b>RECUBRIMIENTO:</b> $r \geq 2\text{cm}$		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Condición</th> <th>Recubrimiento mínimo en mm</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(a) <input type="checkbox"/> Hormigón colocado en la base de las fundaciones, en contacto con la capa de hormigón de limpieza (El recubrimiento indicado NO incluye el espesor de la capa de limpieza, indicado en el artículo 5.6.2.1.)</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>(b) Hormigón en contacto vertical con el suelo o expuesto al aire libre <input type="checkbox"/> para barras con <math>d_b &gt; 16\text{ mm}</math> <input type="checkbox"/> para barras y alambres con <math>d_b \leq 16\text{ mm}</math></td> <td>35 30</td> </tr> <tr> <td>(c) Hormigón no expuesto al aire libre ni en contacto con el suelo: <i>Losas, tabiques, nervaduras:</i> <input type="checkbox"/> para barras con <math>d_b &gt; 32\text{ mm}</math> <input type="checkbox"/> para barras y alambres con <math>d_b \leq 32\text{ mm}</math></td> <td>30 20 pero <math>\geq d_b</math></td> </tr> <tr> <td><i>Vigas, columnas:</i> <input type="checkbox"/> para armadura principal <input type="checkbox"/> para estribos abiertos y estribos cerrados <input type="checkbox"/> para zunchos en espiral</td> <td><math>d_b</math> pero <math>\geq 20</math> y <math>\leq 40</math> 20 40</td> </tr> <tr> <td><i>Cascaras y placas plegadas:</i> <input type="checkbox"/> para barras con <math>d_b &gt; 16\text{ mm}</math> <input type="checkbox"/> para barras y alambres con <math>d_b \leq 16\text{ mm}</math></td> <td>20 15</td> </tr> </tbody> </table> <p>(<sup>1</sup>) • Para las clases de exposición A3, Q1 y C1 (ver Tabla 2.1.), los valores dados en esta Tabla se deben incrementar un 30 % • Para las clases de exposición CL, M1, M2, M3, C2, Q2 y Q3 (ver Tabla 2.1.), los valores dados en esta Tabla se deben incrementar un 50 %.</p>	Condición	Recubrimiento mínimo en mm	(a) <input type="checkbox"/> Hormigón colocado en la base de las fundaciones, en contacto con la capa de hormigón de limpieza (El recubrimiento indicado NO incluye el espesor de la capa de limpieza, indicado en el artículo 5.6.2.1.)	50	(b) Hormigón en contacto vertical con el suelo o expuesto al aire libre <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16\text{ mm}$	35 30	(c) Hormigón no expuesto al aire libre ni en contacto con el suelo: <i>Losas, tabiques, nervaduras:</i> <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 32\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 32\text{ mm}$	30 20 pero $\geq d_b$	<i>Vigas, columnas:</i> <input type="checkbox"/> para armadura principal <input type="checkbox"/> para estribos abiertos y estribos cerrados <input type="checkbox"/> para zunchos en espiral	$d_b$ pero $\geq 20$ y $\leq 40$ 20 40	<i>Cascaras y placas plegadas:</i> <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16\text{ mm}$
Condición	Recubrimiento mínimo en mm													
(a) <input type="checkbox"/> Hormigón colocado en la base de las fundaciones, en contacto con la capa de hormigón de limpieza (El recubrimiento indicado NO incluye el espesor de la capa de limpieza, indicado en el artículo 5.6.2.1.)	50													
(b) Hormigón en contacto vertical con el suelo o expuesto al aire libre <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16\text{ mm}$	35 30													
(c) Hormigón no expuesto al aire libre ni en contacto con el suelo: <i>Losas, tabiques, nervaduras:</i> <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 32\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 32\text{ mm}$	30 20 pero $\geq d_b$													
<i>Vigas, columnas:</i> <input type="checkbox"/> para armadura principal <input type="checkbox"/> para estribos abiertos y estribos cerrados <input type="checkbox"/> para zunchos en espiral	$d_b$ pero $\geq 20$ y $\leq 40$ 20 40													
<i>Cascaras y placas plegadas:</i> <input type="checkbox"/> para barras con $d_b > 16\text{ mm}$ <input type="checkbox"/> para barras y alambres con $d_b \leq 16\text{ mm}$	20 15													
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad</b>		Lámina 7												

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I	<b>Conceptos preliminares</b>	<b>RECUBRIMIENTO:</b> Resistencia al fuego																																																													
		<b>Tabla 7.7.2.1. Recubrimiento mínimo para losas de entrepiso y cubierta de hormigón</b>																																																													
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="3">Tipo de agregados</th> <th colspan="6">Recubrimiento mínimo<sup>(1,2)</sup> para la resistencia al fuego (en mm) correspondiente a:</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Construcción restringida</th> <th colspan="4">Construcción no restringida</th> </tr> <tr> <th>4 h o menos</th> <th>1 h</th> <th>1½ h</th> <th>2 h</th> <th>3 h</th> <th>4 h</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="7" style="text-align: center;"><b>No pretensada</b></td> </tr> <tr> <td>Silíceos</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>35</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>Carbonatos</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>35</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td colspan="7" style="text-align: center;"><b>Pretensada</b></td> </tr> <tr> <td>Silíceos</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> <td>45</td> <td>60</td> <td>70</td> </tr> <tr> <td>Carbonatos</td> <td>20</td> <td>25</td> <td>35</td> <td>45</td> <td>55</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table> <p>(1) También deberán satisfacer los requisitos de recubrimiento mínimo establecidos en el artículo 7.7.1. (2) Medido desde la superficie del hormigón hasta la superficie de la armadura longitudinal.</p>	Tipo de agregados	Recubrimiento mínimo <sup>(1,2)</sup> para la resistencia al fuego (en mm) correspondiente a:						Construcción restringida		Construcción no restringida				4 h o menos	1 h	1½ h	2 h	3 h	4 h	<b>No pretensada</b>							Silíceos	20	20	20	25	35	45	Carbonatos	20	20	20	20	35	35	<b>Pretensada</b>							Silíceos	20	30	40	45	60	70	Carbonatos	20	25	35	45	55	60	
Tipo de agregados	Recubrimiento mínimo <sup>(1,2)</sup> para la resistencia al fuego (en mm) correspondiente a:																																																														
	Construcción restringida		Construcción no restringida																																																												
	4 h o menos	1 h	1½ h	2 h	3 h	4 h																																																									
<b>No pretensada</b>																																																															
Silíceos	20	20	20	25	35	45																																																									
Carbonatos	20	20	20	20	35	35																																																									
<b>Pretensada</b>																																																															
Silíceos	20	30	40	45	60	70																																																									
Carbonatos	20	25	35	45	55	60																																																									
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad</b>		Lámina 8																																																													

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**DISEÑO BASADO EN ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS**

**2-** Con la geometría de la sección y las características de los materiales, se determina

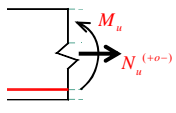
**Resistencia Nominal**  $M_n$   
(capacidad portante)  $N_n$

Multiplicada por el coeficiente de minoración de resistencia, se obtiene

**Resistencia de Diseño**  $M_d = \phi M_n$   
 $N_d = \phi N_n$

**1-** Con las cargas mayoradas y conociendo las condiciones de vínculo, se determina

**Resistencia Requerida**  
 $M_u$   
 $N_u$



**3-** Se debe verificar que

$M_d = \phi M_n \geq M_u$   
 $N_d = \phi N_n \geq N_u$

VERIFICACIÓN

El objetivo de esta clase es aprender a verificar y a dimensionar secciones rectangulares solicitadas a flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad de acuerdo al método de cálculo basado en Estados Límite Últimos

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

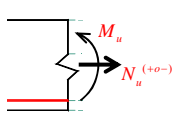
**DISEÑO BASADO EN ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS**

**2-** Sabiendo que se debe verificar que

$M_d = \phi M_n \geq M_u$   
 $N_d = \phi N_n \geq N_u$

**1-** Con las cargas mayoradas y conociendo las condiciones de vínculo, se determina

**Resistencia Requerida**  
 $M_u$   
 $N_u$



**3-** Se diseña la geometría de la sección y las características de los materiales, tal que su

**Resistencia Nominal**  $M_n$   
(capacidad portante)  $N_n$

Multiplicada por el coeficiente de minoración de resistencia,


**Resistencia de Diseño**  $M_d = \phi M_n$   
 $N_d = \phi N_n$

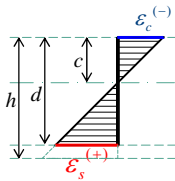
DIMENSIONAMIENTO

Verifique que

$M_d = \phi M_n \geq M_u$   
 $N_d = \phi N_n \geq N_u$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad Lámina 10

Qué <u>datos</u> se requieren para determinar la resistencia nominal?		
Tipo de sollicitación Ejemplo: - flexión pura - flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad - etc.		
Datos de los materiales	Datos geométricos de la sección de hormigón	Datos de la armadura
Resistencia especificada del hormigón a compresión $f'_c$	Forma de la sección 	Cantidad de armadura en la zona traccionada (o menos comprimida) $A_s$
Tensión de fluencia especificada del acero $f_y$	Altura total de la sección $h$	Disposición de $A_s$ en la sección $d$ , $d_t$
Módulo de elasticidad del acero $E_s = 200000 MPa$	Ancho de la sección $b$	Cantidad de armadura en la zona comprimida (o menos traccionada) $A'_s$
		Disposición de $A'_s$ en la sección $d'$
ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad		Lámina 11

Qué <u>datos</u> se requieren para determinar la resistencia nominal?	
Ecuaciones Equilibrio $\left. \begin{matrix} \Sigma N = 0 \\ \Sigma M = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} \Sigma N_{ext} = \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} = \Sigma M_{int} \end{matrix} \right.$ (Ecuaciones de Equivalencia)	
Compatibilidad $\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{d}$ (deformaciones en valor absoluto)	
Algunas hipótesis	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>HIP. 1- SE DESPRECIA LA RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL HORMIGÓN PARA EL CÁLCULO DE LA CAPACIDAD PORTANTE. (o sea, en los ELU)</p> <p>HIP. 2- COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN: SE ADOPTA UNA RELACIÓN IDEALIZADA ENTRE TENSIONES Y DEFORMACIONES</p> <p>HIP. 3- COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL ACERO A TRACCIÓN Y A COMPRESIÓN: SE ADOPTA UNA CURVA SIMPLIFICADA TENSIÓN-DEFORMACIÓN</p> <p>HIP. 4- EXISTE ADHERENCIA PERFECTA ENTRE EL HORMIGÓN Y EL ACERO</p> <p>HIP. 5- HIPÓTESIS DE BERNOULLI: SECCIONES PLANAS ANTES DE LA DEFORMACIÓN, PERMANECEN PLANAS LUEGO DE LA DEFORMACIÓN</p> </div>
ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad	
Lámina 12	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Cómo se procede para determinar la resistencia nominal?**  
 Se supone un plano de falla (convencional)

**PLANO DE FALLA ó PLANO LÍMITE DE DEFORMACIÓN:**  
 ES TODO PLANO DE DEFORMACIÓN EN EL QUE SE ALCANZA  
 UNA DEFORMACIÓN LÍMITE ÚLTIMA (CONVENCIONAL)  
 EN EL ACERO Y/O EN EL HORMIGÓN.

Para ese plano, se determinan los esfuerzos internos últimos

**ESFUERZOS ÚLTIMOS:**  
 SON LOS ESFUERZOS ASOCIADOS  
 A UN PLANO LÍMITE DE DEFORMACIÓN

$|\epsilon_c| \leq \epsilon_{cu}$        $|\epsilon_{cu}| = 3\text{‰}$        $|\epsilon_{cu}| = 3\text{‰}$   
 $\epsilon_t \geq 5\text{‰}$        $\epsilon_t = \epsilon_y$        $\epsilon_t < \epsilon_y$   
 Falla Controlada por Tracción      Falla Balanceada      Falla Controlada por Compresión

$\epsilon_y < \epsilon_t < 5\text{‰}$   
 Zona de Transición

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Cómo se procede para determinar la resistencia nominal?**  
 Planos de falla (convencionales)

Factor de minoración de resistencia:

Estribos	$\phi = 0.90$		$\phi = 0.65$
Zunchos	$\phi = 0.90$		$\phi = 0.75$

$M_d = \phi M_n \geq M_u$   
 $N_d = \phi N_n \geq N_u$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad** Lámina 14

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la resistencia nominal?

Excentricidad:  

$$e = M_n / N_n$$
 Por conveniencia, reduzco  $M_n$  y  $N_n$  al baricentro de la armadura traccionada:  

$$M_{ns} = M_n - N_n \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad**
Lámina 15

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la resistencia nominal?

Ecuaciones de Equivalencia:  

$$\left. \begin{aligned} \Sigma N_{ext} &= \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} &= \Sigma M_{int} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} N_n = T - C_c - C_s \\ M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} \end{cases}$$

Ecuaciones de Compatibilidad  

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d}$$

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s'}{c - d'}$$

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_t}{d_t}$$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad**
Lámina 16



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

## CASO 1

# RESISTENCIA NOMINAL DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR

SOLICITADA A FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL

SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

Ecuaciones de Equivalencia:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma N_{ext} = \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} = \Sigma M_{int} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N_n = T - C_c = 0 \\ M_{ns} = C_c j_{dc} = M_n \end{array} \right.$$


Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s + \epsilon_s}{d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad
Lámina 17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Caso 1a:  $M_u \neq 0$ ;  $N_u = 0$ ;  $A'_s = 0$



Datos:

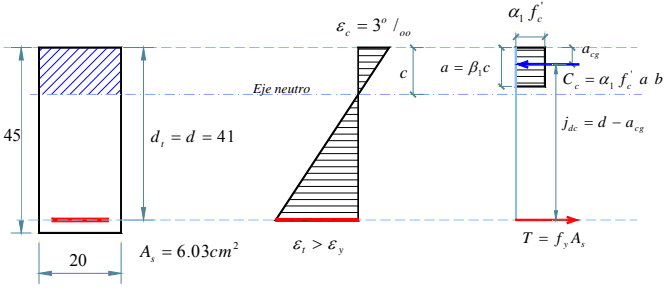
Hormigón:  $f'_c = 35$  MPa  
 $f_y = 420$  MPa  
Acero:  $E_s = 200000$  MPa  
 $\epsilon_y = 2.10 \text{‰}$

Sección:  $b_w = 20$  cm  
 $h = 45$  cm  
Recubrimiento:  $r = 2$  cm  
Armadura:  $A'_s = 0.00$  cm<sup>2</sup>  
 $A_s = 6.03$  cm<sup>2</sup>  
 $d = dt = 41$  cm

Hipótesis A:

$$\epsilon_c = 3 \text{‰}$$

$$\epsilon_s > \epsilon_y$$



ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad
Lámina 18

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1a:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**

Verificar en primer lugar que  
 $A_s \geq A_{s,\min} = 2.89 \text{ ok}$

$\alpha_1 = 0.85$

$\beta_1$	$= 0.85$	para $f'_c \leq 30 \text{ MPa}$
	$= 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 30)}{7}$	para $30 \text{ MPa} < f'_c \leq 58 \text{ MPa}$
	$= 0.65$	para $f'_c > 58 \text{ MPa}$

$\beta_1 = 0.814$

$T = f_y A_s = 253.3 \text{ KN}$

$C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f'_c b$

Ecuación de Equilibrio

$$C_c^{(-)} = T \Rightarrow a = \frac{T}{0.85 f'_c b} = 4.26 \text{ cm} = \beta_1 c$$

$$\Rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = 5.23 \text{ cm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_t}{d_t} \Rightarrow \epsilon_t = 20.52\text{‰} > \epsilon_y \Rightarrow \text{VERIFICA la Hipótesis A asumida}$$

Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1a:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**

Bloque de tensiones rectangular, integrado en cabeza comprimida rectangular

$$a_{cg} = \alpha_2 a = \frac{1}{2} a$$

$$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 38.87 \text{ cm}$$

$$M_n = C_c j_d = 98.5 \text{ KNm}$$

$$\epsilon_t = 20.52\text{‰} > 5\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.90$$

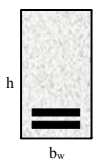
$$M_d = \phi M_n = 88.6 \text{ KNm}$$

Se deberá verificar que  $M_u \leq M_d$

Lámina 20

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1b:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**



Datos:

Hormigón:  $f'_c = 35 \text{ MPa}$

Acero:  $f_y = 420 \text{ MPa}$

$E_s = 200000 \text{ MPa}$

$\epsilon_y = 2.10 \text{ ‰}$

Sección:  $b_w = 20 \text{ cm}$

$h = 45 \text{ cm}$

Recubrimiento:  $r = 2 \text{ cm}$

Armadura:  $A'_s = 0.00 \text{ cm}^2$

$A_s = 29.45 \text{ cm}^2$

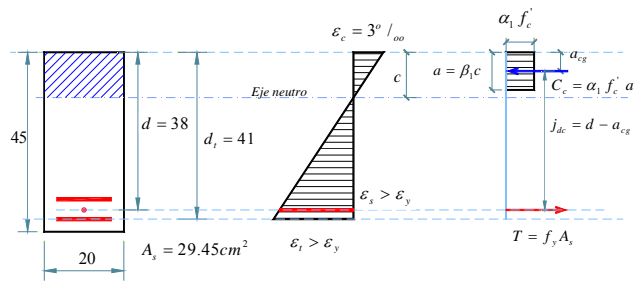
$d = 38.0 \text{ cm}$

$d_t = 41.0 \text{ cm}$

Hipótesis A:

$\epsilon_c = 3 \text{ ‰}$

$\epsilon_s > \epsilon_y$



**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad**

Lámina 21

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1b:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**

Verificar en primer lugar que  $A_s \geq A_{s,min} = 2.89 \text{ ok}$

$\alpha_1 = 0.85$

$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & \text{para } f'_c \leq 30 \text{ MPa} \\ 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 30)}{7} & \text{para } 30 \text{ MPa} < f'_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 0.65 & \text{para } f'_c > 58 \text{ MPa} \end{cases}$

$\beta_1 = 0.814$

$T = f_y A_s = 1237.0 \text{ KN}$

Ecuación de Equilibrio

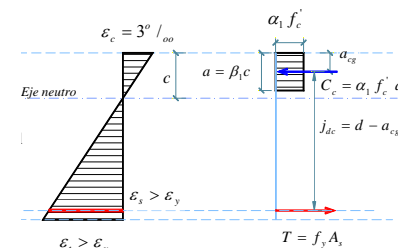
$$C_c^{(-)} = T \Rightarrow a = \frac{T}{0.85 f'_c b} = 20.79 \text{ cm} = \beta_1 c$$

$$\Rightarrow c = \frac{a}{\beta_1} = 25.53 \text{ cm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} \Rightarrow \epsilon_s = 1.47 \text{ ‰} < \epsilon_y \Rightarrow$$

**NO VERIFICA** la Hipótesis A asumida



**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad**

Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1b:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**

**Hipótesis B:**

$\epsilon_c = 3\text{‰}$

$\epsilon_s < \epsilon_y$

$$T = A_s E_s \epsilon_s = A_s E_s 3\text{‰} \frac{d-c}{c}$$

$$C_c = \alpha_1 f'_c \beta_1 c b$$

$$T = C_c$$

$$(\alpha_1 f'_c b \beta_1) c^2 + (A_s E_s 3\text{‰}) c - (A_s E_s 3\text{‰} d) = 0$$

$$\Rightarrow c = 23.22\text{cm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d} \Rightarrow \epsilon_s = 1.91\text{‰} < \epsilon_y \Rightarrow \text{VERIFICA la Hipótesis B asumida}$$

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_t}{d_t} \Rightarrow \epsilon_t = 2.30\text{‰}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1b:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\mu_n = 0$ ;  $A'_s = 0$**

$a = \beta_1 c = 18.91\text{cm}$

$T = A_s E_s \epsilon_s = 1125.0\text{KN}$

$C_c = \alpha_1 f'_c a b = 1125.0\text{KN}$

$a_{cg} = \alpha_2 a = \frac{1}{2} a$

$j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 28.55\text{cm}$

$M_n = C_c j_{dc} = 321.1\text{KNm}$

$\epsilon_t = 2.30\text{‰} > \epsilon_y \Rightarrow \phi = 0.67$

$$M_d = \phi M_n = 214.2\text{KNm}$$

Se deberá verificar que  $M_u \leq M_d$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 24

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I	RESUMEN Hipótesis A: <span style="float: right;">CASO 1: sin N, sin A's</span>
	0- Verificar que la armadura traccionada sea mayor que la mínima. Si no verifica, no tiene sentido proseguir.
	$A_s \geq A_{s,\min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d$
	1- Calcular los coeficientes de uniformización de tensiones en función del tipo de diagrama adoptado y del valor de $f'_c$ . Para el rectángulo equivalente simplificado:
	$\beta_1 = \begin{cases} 0.85 & \text{para } f'_c \leq 30MPa \\ 0.85 - 0.05 \frac{(f'_c - 30)}{7} & \text{para } 30MPa < f'_c \leq 58MPa \\ 0.65 & \text{para } f'_c > 58MPa \end{cases} \text{ tal que } C_c^{(-)} = \beta_1 c \alpha_1 f'_c b$
2- Calcular la fuerza de tracción $T = A_s f_y$	
3- Planteando la ecuación de equilibrio y reemplazando la expresión de $C_c$ , despejar la altura del rectángulo equivalente del bloque de compresión $a$	
$C_c^{(-)} = T \Rightarrow \beta_1 c \alpha_1 f'_c b = T \Rightarrow a = \frac{T}{\alpha_1 f'_c b}$	
4- Calcular la profundidad del eje neutro $c = \frac{a}{\beta_1}$	
5- Calcular la deformación "real" a la altura de la fuerza traccionada en base a la ecuación de compatibilidad	
$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d - c}{c}$	
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si es mayor que la def. de fluencia, la Hip. A es correcta. Sigo al siguiente paso} \\ \text{Si es menor que la def. de fluencia, debe pasarse a la Hip. B: } \varepsilon_s < \varepsilon_y \end{array} \right.$	
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad</b>	Lámina 25

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I	RESUMEN Hipótesis A: <span style="float: right;">CASO 1: sin N, sin A's</span>
	6- Calcular la distancia desde el punto de aplicación de la fuerza de compresión a la fibra más comprimida:
	$a_{cg} = \alpha_2 a$
	En el caso de que la zona comprimida sea de forma rectangular, $\alpha_2 = 0.50$
	7- Calcular el brazo elástico interno $j_d = j_{dc} = d - a_{cg}$
8- Calcular el momento resistente nominal de la sección como $M_n = C_c j_d$	
9- Si hubiera más de una capa de armadura, en este punto es necesario calcular la deformación correspondiente a la altura de la primer capa de armadura.	
$\varepsilon_t = \varepsilon_c \frac{d_t - c}{c}$	
10- Calcular el factor de reducción de resistencia (Considerar armadura de alma formada por estribos)	
$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_t \geq 5^\circ /_{oo} \Rightarrow \phi = 0.90 \\ \varepsilon_y < \varepsilon_t < 5^\circ /_{oo} \Rightarrow \phi = 0.65 + 0.25 \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_y}{5^\circ /_{oo} - \varepsilon_y} \\ \varepsilon_t \leq \varepsilon_y \Rightarrow \phi = 0.65 \end{array} \right.$	
11- Determinar el momento resistente de diseño $M_d = \phi M_n$	
12- Finalmente, se verifica si se cumple la condición de seguridad	
$M_d = \phi M_n \geq M_u ?$	
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad</b>	Lámina 26

RESUMEN Hipótesis B: CASO 1: sin N, sin A's

Se siguen pasos 0 a 5 de la Hipótesis A. Si en el punto 5 resulta:  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ , entonces:

1- En base a las ecuaciones de Equilibrio y Compatibilidad, se obtiene una ecuación cuadrática de la que se despeja la profundidad del eje neutro  $c$

$$\left. \begin{aligned} T &= A_s E_s \varepsilon_s = A_s E_s 3^\circ /_{oo} \frac{d-c}{c} \\ C_c &= \alpha_1 f'_c \beta_1 c b \end{aligned} \right\} T = C_c \Rightarrow$$

$$(\alpha_1 f'_c b \beta_1) c^2 + (A_s E_s 3^\circ /_{oo}) c - (A_s E_s 3^\circ /_{oo} d) = 0$$

$$c = \frac{A_s E_s 3^\circ /_{oo}}{2 \alpha_1 f'_c b \beta_1} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{4 d \alpha_1 f'_c b \beta_1}{A_s E_s 3^\circ /_{oo}}} \right)$$

2- Calcular la deformación "real" a la altura de la fuerza traccionada en base a la ecuación de compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d-c}{c}$$

{ Si es menor que la def. de fluencia, la Hip. B es correcta. Sigo al siguiente paso  
 Si es menor que la def. de fluencia, debe pasarse a la Hip. C. Adoptar una relación constitutiva más exacta y proceder iterativamente

3- Calcular la altura del bloque de tensiones  $a = \beta_1 c$

4- Calcular las fuerzas de tracción y de compresión  $T = A_s E_s \varepsilon_s$ ;  $C_c = \alpha_1 f'_c a b$

Luego, seguir los pasos 6 a 12 de la Hipótesis A.

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 27

**CASO 2**

**RESISTENCIA NOMINAL DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR**

SOLICITADA A FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL  
CON ARMADURA DE COMPRESIÓN

Ecuaciones de Equivalencia:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma N_{ext} &= \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} &= \Sigma M_{int} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} N_n &= T - C_c - C_s = 0 \\ M_{ns} &= C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = M_n \end{aligned} \right.$$

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d}$$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad

Lámina 28

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 2a:  $M_u \neq 0$ ;  $N_u = 0$ ;  $A'_s \neq 0$**

Datos:

Hormigón:  $f'_c = 35$  MPa

Acero:  $f_y = 420$  MPa

$E_s = 200000$  MPa

$\epsilon_y = 2.10 \text{‰}$

Sección:  $b_w = 20$  cm

$h = 45$  cm

Recubrimiento:  $r = 2$  cm

Datos de la Armadura:

$A_s = 8.04 \text{ cm}^2$

$d = dt = 41$  cm

$A'_s = 2.26 \text{ cm}^2$

$d' = 4$  cm

Hipótesis A:

$\epsilon_c = 3 \text{‰}$

$\epsilon_s > \epsilon_y$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad**

Lámina 29

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 2a:  $M_u \neq 0$ ;  $N_u = 0$ ;  $A'_s \neq 0$**

Verificar en primer lugar que

$A_s \geq A_{s,min} = 2.89 \text{ ok}$

$\alpha_1 = 0.85$

$\beta_1 = 0.814$

$T = f_y A_s = 337.8 \text{ KN}$

Ecuación de Equilibrio

$$C_c^{(-)} + C_s^{(-)} = T$$

$$\begin{cases} C_c^{(-)} = C_c^{(-)}(\epsilon_s') \\ C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f'_c b \end{cases} \Rightarrow \text{Proceso Iterativo}$$

$\epsilon_s' = \epsilon_y$

$C_s = A'_s f_y - A_s \alpha_1 f'_c$

$C_c = T - C_s$

$a = \frac{C_c}{\alpha_1 f'_c b}$

$c = \frac{a}{\beta_1}$

$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s'}{c - d'} \Rightarrow \epsilon_s'$

$\epsilon'_s =$	$2.10 \text{‰}$	$\epsilon'_s =$	$0.67 \text{‰}$	$\epsilon'_s =$	$1.15 \text{‰}$
$C_s =$	88.27 KN	$C_s =$	23.6 KN	$C_s =$	23.57 KN
$C_c =$	249.5 KN	$C_c =$	314.2 KN	$C_c =$	314.21 KN
$a =$	4.19 cm	$a =$	5.28 cm	$a =$	5.28 cm
$c =$	5.15 cm	$c =$	6.49 cm	$c =$	6.49 cm
$\epsilon'_s =$	$0.67 \text{‰}$	$\epsilon'_s =$	$1.15 \text{‰}$	$\epsilon'_s =$	$1.15 \text{‰}$

Nota: si la def. da negativa ( $c < d'$ ), conviene comenzar con un valor de  $\epsilon_s' < \epsilon_y$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad**

Lámina 30

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 2a:  $\mu_u \neq 0$ ;  $\nu_u = 0$ ;  $A'_s \neq 0$**

$\epsilon'_s = 1.15 \text{‰}$   
 $C_s = 23.57 \text{ KN}$   
 $C_c = 314.21 \text{ KN}$   
 $a = 5.28 \text{ cm}$   
 $c = 6.49 \text{ cm}$   
 $\epsilon'_s = 1.15 \text{‰}$

**Ecuación de Compatibilidad**

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d_t} \Rightarrow \epsilon_s = 15.97\text{‰} > \epsilon_y \Rightarrow \text{VERIFICA la Hipótesis A asumida}$$

$a_{cg} = \alpha_2 a = 0.50a$   
 $j_{dc} = d - \frac{a}{2} = 37.76 \text{ cm}$   
 $M_{nc} = C_c j_{dc} = 118.6 \text{ KNm}$

$j_{ds} = d - d' = 37.00 \text{ cm}$   
 $M_{ns} = C_s j_{ds} = 8.7 \text{ KNm}$

$M_n = M_{nc} + M_{ns}$   
 $M_n = M_{nc} + M_{ns} = 127.4 \text{ KNm}$   
 $\epsilon_s = 15.97\text{‰} > 5\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.90$   
 $M_d = \phi M_n = 114.6 \text{ KNm}$

Se deberá verificar que  $M_u \leq M_d$

Lámina 31

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGON I

**Caso 1a vs. Caso 1b**

**Comparación de los casos analizados**  
 Sección 20/45 –  $f'_c$  35MPa –  $f_y$  420MPa - Distintas cuantías de armadura

1a) $A_s = 6.03 \text{ cm}^2$	$M_n = 98.5 \text{ KNm}$	$M_d = 88.6 \text{ KNm}$
1b) $A_s = 29.45 \text{ cm}^2$	$M_n = 321.1 \text{ KNm}$	$M_d = 214.2 \text{ KNm}$
1b / 1a	4.88	2.42

1a) $A_s = 6.03 \text{ cm}^2$	$M_n = 98.5 \text{ KNm}$	$M_d = 88.6 \text{ KNm}$
2a) $A_s + A'_s = 10.3 \text{ cm}^2$	$M_n = 127.4 \text{ KNm}$	$M_d = 114.6 \text{ KNm}$
2a / 1a	1.71	1.29

Lámina 32





FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

FIN –  
ELU DE AGOTAMIENTO A  
Flexión con esfuerzo axial  
de gran excentricidad

GRACIAS POR SU ATENCION !!!