



HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte**



DISEÑO BASADO EN ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

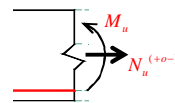
2- Sabiendo que se debe verificar que

$$M_d = \phi M_n \geq M_u$$

$$N_d = \phi N_n \geq N_u$$

1- Con las cargas mayoradas y conociendo las condiciones de vínculo, se determina

$M_u$  Resistencia  
 $N_u$  Requerida



3- Se diseña la geometría de la sección y las características de los materiales, tal que su

**Resistencia Nominal**  $M_n$   
(capacidad portante)  $N_n$

Multiplicada por el coeficiente de minoración de resistencia,


**Resistencia de Diseño**  $M_d = \phi M_n$   
 $N_d = \phi N_n$

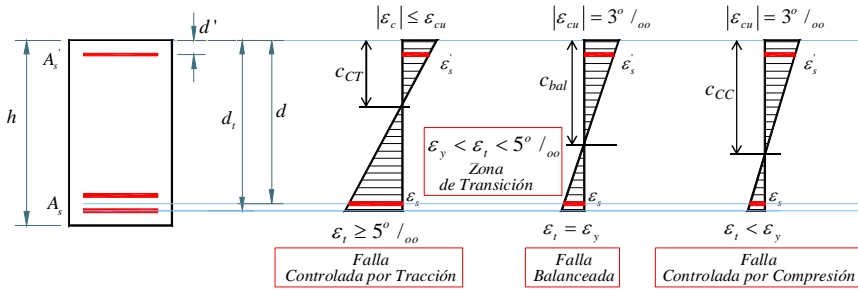
**DIMENSIONAMIENTO**

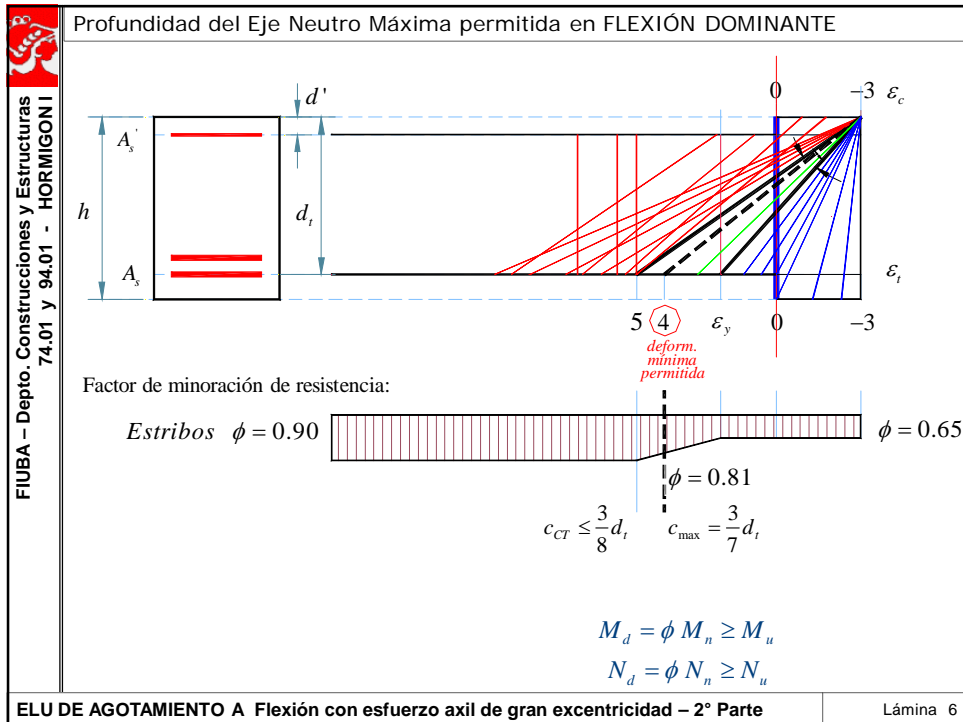
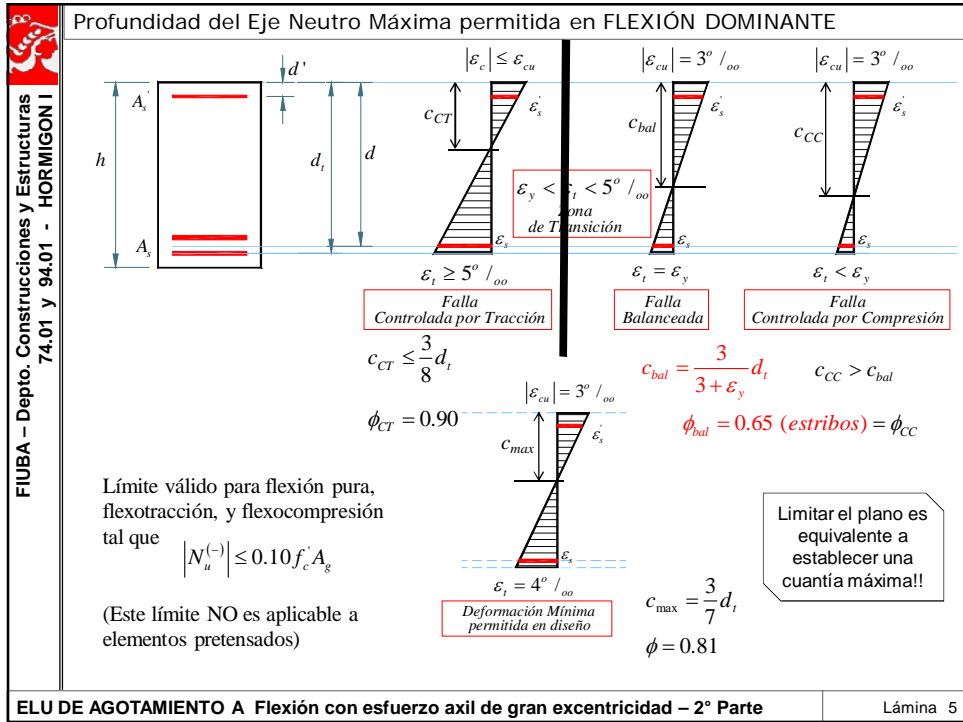
Verifique que

$$M_d = \phi M_n \geq M_u$$

$$N_d = \phi N_n \geq N_u$$

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>Qué datos se requieren para determinar la Armadura Necesaria?</b>		<b>DIMENSIONAMIENTO</b>	
	Resistencia Requerida	Mu Nu	<b>INCÓGNITAS:</b> Datos de la armadura Cantidad de armadura en la zona traccionada (o menos comprimida) $A_s$ Disposición de $A_s$ en la sección $d$ , $d_t$ Cantidad de armadura en la zona comprimida (o menos traccionada) $A'_s$ Disposición de $A'_s$ en la sección $d'$	
	Datos de los materiales	Datos geométricos de la sección de hormigón		
	Resistencia especificada del hormigón a compresión $f_c$	Forma de la sección 		
	Tensión de fluencia especificada del acero $f_y$	Altura total de la sección $h$		
Módulo de elasticidad del acero $E_s = 200000MPa$	Ancho de la sección $b$			
Ecuaciones	Equilibrio compatibilidad			
Algunas hipótesis	HIP. 1- SE DESPRECIA LA RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL HORMIGÓN PARA EL CÁLCULO DE LA CAPACIDAD PORTANTE. (o sea, en los ELU) HIP. 2- COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HORMIGÓN A COMPRESIÓN: SE ADOPTA UNA RELACIÓN IDEALIZADA ENTRE TENSIONES Y DEFORMACIONES HIP. 3- COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL ACERO A TRACCIÓN Y A COMPRESIÓN: SE ADOPTA UNA CURVA SIMPLIFICADA TENSION-DEFORMACIÓN HIP. 4- EXISTE ADHERENCIA PERFECTA ENTRE EL HORMIGÓN Y EL ACERO HIP. 5- HIPÓTESIS DE BERNOULLI: SECCIONES PLANAS ANTES DE LA DEFORMACIÓN, PERMANECEN PLANAS LUEGO DE LA DEFORMACIÓN			
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte</b>			Lámina 3	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>Profundidad del Eje Neutro según el tipo de falla</b>	
		
	Acero ADN 420	$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_t}{d_t} \Rightarrow$
	$\epsilon_y = 2.10^{\circ} /_{oo}$	$\left\{ \begin{aligned} \frac{3}{c_{CT}} &= \frac{3 + (\epsilon_t \geq 5)}{d_t} \Rightarrow c_{CT} \leq \frac{3}{8} d_t = 0.375 d_t \\ \frac{3}{c_{bal}} &= \frac{3 + 2.1}{d_t} \Rightarrow c_{bal} = \frac{3}{5.1} d_t = 0.588 d_t \\ \frac{3}{c_{CC}} &= \frac{3 + (\epsilon_t < 2.1)}{d_t} \Rightarrow c_{CC} > 0.588 d_t \end{aligned} \right.$
		$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_t &\geq 5^{\circ} /_{oo} && \text{Falla Controlada por Tracción} \\ \epsilon_t &= \epsilon_y && \text{Falla Balanceada} \\ \epsilon_t &< \epsilon_y && \text{Falla Controlada por Compresión} \end{aligned} \right.$
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte</b>		Lámina 4



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

Ecuaciones de Equivalencia:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma N_{ext} &= \Sigma N_{int} \\ \Sigma M_{ext} &= \Sigma M_{int} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} N_n = T - C_c - C_s = N_u / \phi \\ M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = M_{us} / \phi \end{cases}$$

Por conveniencia, reduzco  $M_n$  y  $N_n$  al baricentro de la armadura traccionada:

$$M_{ns} = M_n - N_n \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

Excentricidad constante:  $e = M_n / N_n = M_u / N_u$   
(Caso más frecuente)

Ecuaciones de Compatibilidad

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 7

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

## Ejemplo de Dimensionamiento N°1

FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL

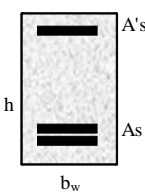
SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 8

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



**Datos:**

Hormigón:  $f_c = 35.0 \text{ MPa}$

Acero:  $f_y = 420.0 \text{ MPa}$

Sección:  $b_w = 15 \text{ cm}$   
 $h = 45 \text{ cm}$

**Solicitaciones:**

$M_u = 53.6 \text{ KNm}$  (Mu siempre positivo)

$N_u = 0.0 \text{ KN}$  (Positivo para tracción)

Recubrimiento:  $r = 2 \text{ cm}$

**INCÓGNITAS:**

Datos de la armadura

Cantidad de armadura en la zona traccionada (o menos comprimida)  $A_s$

Disposición de  $A_s$  en la sección  $d$ ,  $d_i$

Cantidad de armadura en la zona comprimida (o menos traccionada)  $A'_s$

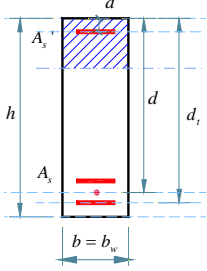
Disposición de  $A'_s$  en la sección  $d'$

CUIDADO CON LAS UNIDADES!!  $f'_c = 35 \text{ MPa} = 35 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} = 3.50 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte** Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



**Cálculos Preliminares:**

- Se estima  $d$  y  $d'$   $\begin{cases} d = h - 5 = 40 \text{ cm} \\ d' = 4 \text{ cm} \end{cases}$
- Con  $f_y$   $\begin{cases} E_s = 200000 \text{ MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{cases}$
- Con  $f'_c$   $\begin{cases} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \end{cases}$

$0.1 f'_c A_g = 0.1 f'_c b_w h = 236 \text{ KN}$

$N_u = 0 \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$

⇒ Se determina  $M_{us} = M_u - N_u \left( d - \frac{h}{2} \right) = 53.6 \text{ KNm}$

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte** Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$   
 $N_n \geq N_u / \phi$   
 $\phi = ?$

**SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:**

$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_c = 3\text{‰} \\ \varepsilon_s \geq 5\text{‰} \end{matrix} \right\} \Rightarrow c/d_i \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se estima  $C_c$   $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0\text{cm}$
- $C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi} \frac{1}{j_{dc}} = 186.2\text{KN} = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b$
- Se estima  $c$

$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b} = 5.12\text{cm} \Rightarrow c/d = 0.128 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

**VERIFICA HIP. FALLA CT**

⇒ Ajusto  $C_c$  y  $j_d$  bajo esta hipótesis

$C_c =$	186.2 KN	estimado
1° Iteración:		
$c =$	5.12 cm	
$a =$	4.17 cm	
$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$	20.42 ‰	
$\phi =$	<b>0.90</b>	
$\alpha_2 =$	0.50	
$a_{cg} =$	2.09 cm	
$j_{dc} =$	37.91 cm	ajustado
$C_c =$	<b>157.17 KN</b>	ajustado
$C_s =$	<b>0.00 KN</b>	

OPCIONALMENTE, puede realizarse una iteración.  
La diferencia en la armadura necesaria no será sustancial

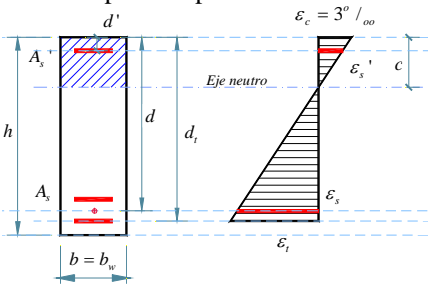
$C_c =$ 186.22 KN	$C_c =$ 157.17 KN	$C_c =$ 155.84 KN	$C_c =$ 155.78 KN	$C_c =$ 155.77 KN
<b>Iterac. 1</b>	<b>Iterac. 2</b>	<b>Iterac. 3</b>	<b>Iterac. 4</b>	<b>Iterac. 5</b>
$c =$ 5.12 cm	$c =$ 4.33 cm	$c =$ 4.29 cm	$c =$ 4.29 cm	$c =$ 4.29 cm
$a =$ 4.17 cm	$a =$ 3.52 cm	$a =$ 3.49 cm	$a =$ 3.49 cm	$a =$ 3.49 cm
$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$ 20.42 ‰	$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$ 24.74 ‰	$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$ 24.98 ‰	$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$ 24.99 ‰	$\varepsilon_t = \varepsilon_s =$ 24.99 ‰
$\phi =$ <b>0.90</b>	$\phi =$ <b>0.90</b>	$\phi =$ <b>0.90</b>	$\phi =$ <b>0.90</b>	$\phi =$ <b>0.90</b>
$\alpha_2 =$ 0.50	$\alpha_2 =$ 0.50	$\alpha_2 =$ 0.50	$\alpha_2 =$ 0.50	$\alpha_2 =$ 0.50
$a_{cg} =$ 2.09 cm	$a_{cg} =$ 1.76 cm	$a_{cg} =$ 1.75 cm	$a_{cg} =$ 1.75 cm	$a_{cg} =$ 1.75 cm
$j_{dc} =$ 37.91 cm	$j_{dc} =$ 38.24 cm	$j_{dc} =$ 38.25 cm	$j_{dc} =$ 38.25 cm	$j_{dc} =$ 38.25 cm
$C_c =$ <b>157.17 KN</b>	$C_c =$ <b>155.84 KN</b>	$C_c =$ <b>155.78 KN</b>	$C_c =$ <b>155.77 KN</b>	$C_c =$ <b>155.77 KN</b>
$C_s =$ <b>0.00 KN</b>	$C_s =$ <b>0.00 KN</b>	$C_s =$ <b>0.00 KN</b>	$C_s =$ <b>0.00 KN</b>	$C_s =$ <b>0.00 KN</b>

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 12

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT  
 ⇒ Ajusto Cc y jd bajo esta hipótesis

$C_c = 157.17KN$   
 $j_{dc} = 37.91cm$

- Determino la fuerza de tracción:

$T - C_c - C_s = N_u / \phi$   
 ⇒  $T = N_u / \phi + C_c + C_s \Rightarrow T = 157.17KN$

- Determino la armadura necesaria:

$\epsilon_s \geq 20.42‰ \Rightarrow f_s = f_y = 420MPa$

$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 3.74cm^2$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$A_{s,min} \left\{ \begin{aligned} &= \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11cm^2 \\ &\text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 4.86cm^2 \end{aligned} \right.$

$A_{s,nec} = 3.74cm^2$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 13

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

Diámetro [mm]	Sección [cm <sup>2</sup> ]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

Adopto: 2 ∅12 + 2 ∅10

$A_{s,adop} = (2 \times 1.13 + 2 \times 0.79) \text{ cm}^2 = 3.83 \text{ cm}^2 > A_{s,nec}$

Entran en una sola capa?

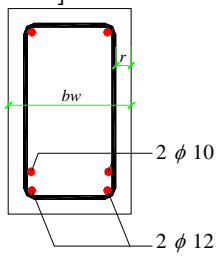
$2d_{b1} + 2d_{b2} + (n-1)s + 2[r + d_{estribos}]$

$= 2(1.2cm) + 2(1.0cm) + 3 \cdot 2.5cm + 2[2cm + 0.8cm]$

$= 17.5cm > b_w = 15cm$

No, debo disponer 2 capas

$A_{s,nec} = 3.74cm^2$



Se ajustan los valores de d, d<sub>t</sub> (y d')

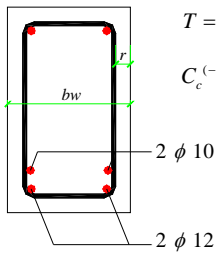
As-capa1=	2.26 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa1</sub> =d <sub>t</sub> =	41.40 cm
As-capa2=	1.57 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa2</sub> =	37.80 cm
As=	<b>3.83 cm<sup>2</sup></b>	d=	<b>39.92 cm</b>
As/As <sub>nec</sub> =	1.02	d/d <sub>calc</sub> =	1.00

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 14

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Por último, se verifica la sección (Idem Caso 1-a de la clase pasada)



$$T = f_y A_s = 160.98 \text{ KN}$$

$$C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f_c' b$$

$$C_c^{(-)} = T \Rightarrow a = \frac{T}{0.85 f_c' b} = 3.61 \text{ cm} = \beta_1 c$$

$$\Rightarrow j_{dc} = 38.12 \text{ cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 4.43 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow M_{ns} = C_c j_{dc} = 61.4 \text{ KNm}$$

Ecuación de Compatibilidad

$$\Rightarrow \varepsilon_s = 24.04\text{‰}$$

$$\varepsilon_t = 25.04\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.90$$

$$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 55.2 \text{ KNm} > M_{us} = 53.6 \text{ KNm} \checkmark$$

La armadura adoptada es adecuada

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 15

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### DIMENSIONAMIENTO A FLEXIÓN DOMINANTE – Método 2

Se comienza suponiendo falla controlada por tracción: FCT

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3\text{‰} /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5\text{‰} /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c/d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

$$\begin{cases} T - C_c = N_u / \phi \\ C_c j_{dc} = \frac{M_{us}}{\phi} \end{cases} \Rightarrow (0.85 f_c' \beta_1 c b) \left( d_t - \frac{1}{2} \beta_1 c \right) = \frac{M_{us}}{\phi}$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 0.85 f_c' \beta_1^2 b c^2 - 0.85 f_c' \beta_1 b d_t c + \frac{M_{us}}{\phi} = 0$$

definiendo  $\omega = 0.85 f_c' \beta_1 b$

resulta  $c = \frac{1}{\beta_1} \left\{ d_t - \sqrt{(d_t)^2 - \frac{2\beta_1 M_{us}}{\omega \phi}} \right\}$

**Atención:** Este método es válido siempre que no se requiera armadura de compresión.

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 16



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

## Ejemplo de Dimensionamiento N°2

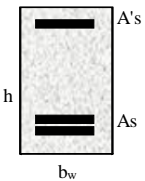
FLEXIÓN CON ESFUERZO AXIL DE TRACCIÓN

SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 17

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



**Datos:**

Hormigón:  $f'c = 35.0$  MPa

Acero:  $f_y = 420.0$  MPa

Sección:  $b_w = 15$  cm

$h = 45$  cm

**Solicitaciones:**

$M_u = 53.6$  KNm (Mu siempre positivo)

$N_u = 50.0$  KN (Positivo para tracción)

Recubrimiento:  $r = 2$  cm

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 18

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

Cálculos Preliminares:

- Se estima  $d$  y  $d'$   $\left\{ \begin{array}{l} d = h - 5 = 40\text{cm} \\ d' = 4\text{cm} \end{array} \right.$
- Con  $f_y$   $\left\{ \begin{array}{l} E_s = 200000\text{MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{array} \right.$
- Con  $f_c'$   $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \end{array} \right.$

$$0.1f_c' A_g = 0.1f_c' b_w h = 236\text{KN}$$

$N_u > 0 \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$

$\Rightarrow$  Se determina  $M_{us} = M_u - N_u \left( d - \frac{h}{2} \right) = 44.9\text{KNm} < M_u$

Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$

$N_n \geq N_u / \phi$

$\phi = ?$

**SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:**

$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$

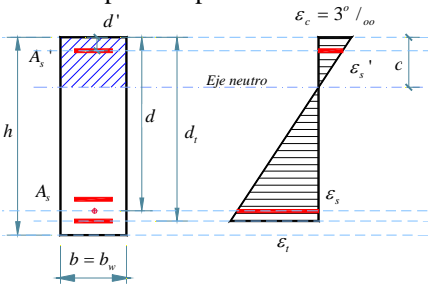
- Se estima  $C_c$   $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0\text{cm}$
- $C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi} \frac{1}{j_{dc}} = 155.8\text{KN} = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b$
- Se estima  $c$

$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b} = 4.29\text{cm} \Rightarrow c / d = 0.107 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$

Lámina 20

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



VERIFICA HIP. FALLA CT  
 ⇒ Ajusto Cc y jd bajo esta hipótesis

$C_c = 130.36KN$   
 $j_{dc} = 38.25cm$

- Determino la fuerza de tracción:  
 $T - C_c - C_s = N_u / \phi$   
 ⇒  $T = N_u / \phi + C_c + C_s$   
 ⇒  $T = 50.0 / 0.90 + 130.36 = 185.92KN$

- Determino la armadura necesaria:  
 $\epsilon_s \geq 24.98‰ /_{oo} \Rightarrow f_s = f_y = 420MPa$   
 $A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 4.43cm^2$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} \begin{cases} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11cm^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 5.75cm^2 \end{cases}$$

$A_{s,nec} = 4.43cm^2$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 21

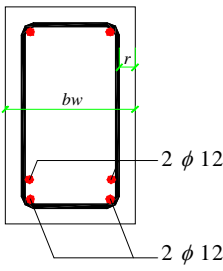
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

Diámetro [mm]	Sección [cm <sup>2</sup> ]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

Adopto: 4 ∅ 12

$A_{s,adop} = (4 \times 1.13) cm^2 = 4.52 cm^2 > A_{s,nec}$



$A_{s,nec} = 4.43cm^2$

Se ajustan los valores de d, d<sub>t</sub> (y d')

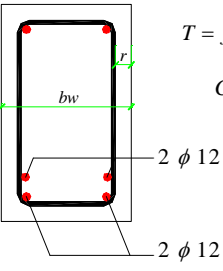
As-capa1=	2.26 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa1</sub> =d <sub>t</sub> =	41.40 cm
As-capa2=	2.26 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa2</sub> =	37.70 cm
<b>As=</b>	<b>4.52 cm<sup>2</sup></b>	<b>d=</b>	<b>39.55 cm</b>
As/As <sub>nec</sub> =	1.02	d/d <sub>calc</sub> =	0.99

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 22

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Por último, se verifica la sección



$T = f_y A_s = 190.00 \text{ KN}$   
 $C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f_c' b$

$C_c^{(-)} = T - N_u / \phi = 134.45 \text{ KN}$   
 $\Rightarrow a = \frac{C_c}{0.85 f_c' b} = 3.01 \text{ cm} = \beta_1 c$   
 $\Rightarrow j_{dc} = 38.04 \text{ cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 3.70 \text{ cm}$   
 $\Rightarrow M_{ns} = C_c j_{dc} = 51.15 \text{ KNm}$

Ecuación de Compatibilidad

$\Rightarrow \varepsilon_s = 29.07\text{‰}$   
 $\varepsilon_t = 30.57\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.90$

$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 46.0 \text{ KNm} > M_{us} = 45.1 \text{ KNm} \checkmark$

La armadura adoptada es adecuada

$\Rightarrow N_n = T - C_c = 55.56 \text{ KN}$   
 $\Rightarrow N_d = \phi N_n = 50.0 \text{ KN} = N_u = 50.0 \text{ KN}$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 23

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Ejemplo de Dimensionamiento N°3

FLEXIÓN CON ESFUERZO AXIL DE COMPRESIÓN

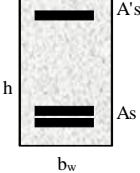
SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 24

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Datos:

Hormigón:  $f_c = 35.0$  MPa

Acero:  $f_y = 420.0$  MPa

Sección:  $b_w = 15$  cm  
 $h = 45$  cm

Solicitaciones:

$M_u = 53.6$  KNm (Mu siempre positivo)

$N_u = -50.0$  KN (Positivo para tracción)

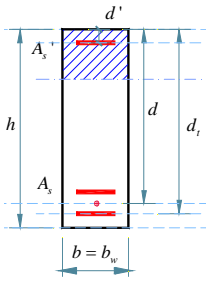
Recubrimiento:  $r = 2$  cm

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 25

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Cálculos Preliminares:

- Se estima  $d$  y  $d'$   $\left\{ \begin{array}{l} d = h - 5 = 40\text{cm} \\ d' = 4\text{cm} \end{array} \right.$
- Con  $f_y$   $\left\{ \begin{array}{l} E_s = 200000\text{MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ / \infty \end{array} \right.$
- Con  $f_c'$   $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1f_c' A_g = 0.1f_c' b_w h = 236\text{KN} \end{array} \right.$

$|N_u^{(-)}| = 50 < 0.1f_c' A_g \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ / \infty$

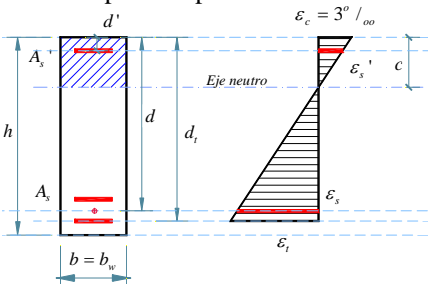
$\Rightarrow$  Se determina  $M_{us} = M_u - N_u \left( d - \frac{h}{2} \right) = 62.4\text{KNm} > M_u$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 26

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$   
 $N_n \geq N_u / \phi$   
 $\phi = ?$

**SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:**

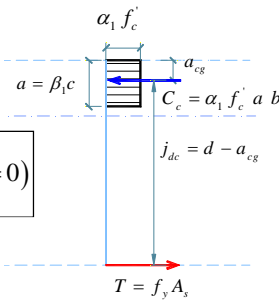
$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_c = 3\text{‰} \\ \varepsilon_s \geq 5\text{‰} \end{matrix} \right\} \Rightarrow c/d_i \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se estima  $C_c$       $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0\text{cm}$

$$C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi} \frac{1}{j_{dc}} = 216.6\text{KN} = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b$$

- Se estima  $c$

$$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b} = 5.96\text{cm} \Rightarrow c/d = 0.149 < 0.375 \Rightarrow \text{VERIFICA HIP. FALLA CT}$$

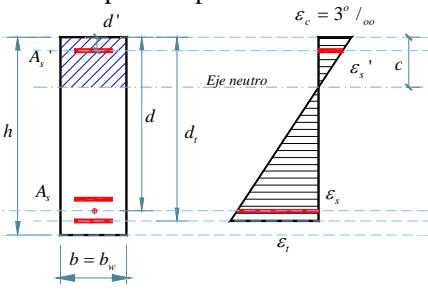


ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 27

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



**VERIFICA HIP. FALLA CT**

⇒ Ajusto  $C_c$  y  $j_d$  bajo esta hipótesis

$C_c = 184.47\text{KN}$   
 $j_{dc} = 37.57\text{cm}$

- Determino la fuerza de tracción:  
 $T - C_c - C_s = N_u / \phi$   
 $\Rightarrow T = N_u / \phi + C_c + C_s$   
 $\Rightarrow T = -50.0 / 0.90 + 184.47 = 128.92\text{KN}$

- Determino la armadura necesaria:

$$\varepsilon_s \geq 17.13\text{‰} \Rightarrow f_s = f_y = 420\text{MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 3.07\text{cm}^2$$

- Verifico que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} \begin{cases} = \frac{\sqrt{f_c'}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11\text{cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 3.99\text{cm}^2 \end{cases}$$

$A_{s,nec} = 3.07\text{cm}^2$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 28

14

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$A_{s,nec} = 3.07\text{cm}^2$

Diámetro [mm]	Sección [cm <sup>2</sup> ]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

Adopto: 3  $\phi$  12

$A_{s,adop} = (3 \times 1.13)\text{ cm}^2 = 3.39\text{ cm}^2 > A_{s,nec}$

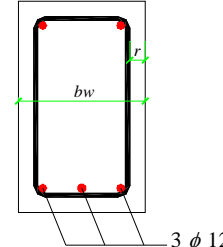
Entran en una sola capa?

$$3d_{b1} + (n-1)s + 2[r + d_{estribos}]$$

$$= 3(1.2\text{cm}) + 2 \cdot 2.5\text{cm} + 2[2\text{cm} + 0.8\text{cm}]$$

$$= 14.2\text{cm} < b_w = 15\text{cm}$$

Sí, dispongo 1 capa



Se ajustan los valores de  $d$ ,  $d_t$  (y  $d'$ )

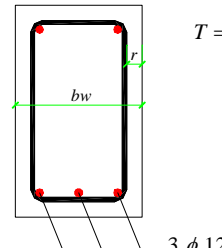
As-capa1=	3.39 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa1</sub> =d <sub>t</sub> =	41.40 cm
As-capa2=	0.00 cm <sup>2</sup>	d <sub>capa2</sub> =	0.00 cm
<b>As=</b>	<b>3.39 cm<sup>2</sup></b>	<b>d=</b>	<b>41.40 cm</b>
As/As <sub>nec</sub> =	1.11	d/d <sub>calc</sub> =	1.04

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 29

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Por último, se verifica la sección



$T = f_y A_s = 142.5\text{KN}$   
 $C_c^{(-)} = a \cdot 0.85 f_c' b$

}

$C_c^{(-)} = T - (-50) / 0.90 = 198.06\text{KN}$   
 $\Rightarrow a = \frac{C_c}{0.85 f_c' b} = 4.44\text{cm} = \beta_1 c$   
 $\Rightarrow j_{dc} = 39.18\text{cm}; \quad c = \frac{a}{\beta_1} = 5.45\text{cm}$   
 $\Rightarrow M_{ns} = C_c j_{dc} = 77.60\text{KNm}$

Ecuación de Compatibilidad

$$\Rightarrow \epsilon_s = \epsilon_t = 19.79\% \Rightarrow \phi = 0.90$$

$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 69.84\text{KNm} > M_{us} = 63.08\text{KNm} \checkmark$ 

La armadura adoptada es adecuada

$$\Rightarrow N_n = T - C_c = -55.56\text{KN}$$

$$\Rightarrow N_d = \phi N_n = -50.0\text{KN} = N_u = -50.0\text{KN}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 30

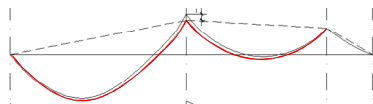


## Plastificación de Apoyos

### Cálculo de cuánto se puede plastificar



### SOLICITACIONES – PLASTIFICACIÓN DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS

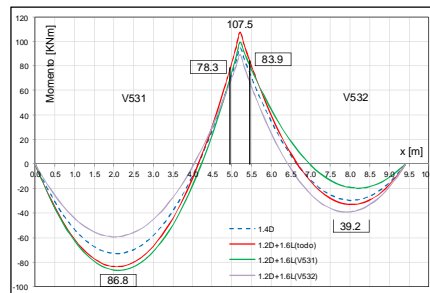


**Plastificación del Diagrama de Momentos**

8.4.1. En los apoyos de elementos continuos, solicitados a flexión, se permitirá reducir o aumentar los momentos negativos calculados con la teoría elástica, para cualquier distribución de cargas, hasta **1000  $\epsilon_t$** , con un máximo de **20 %**. Esta modificación no se podrá realizar cuando los momentos se hayan obtenido en forma aproximada.

8.4.2. Deben recalcularse los momentos positivos de tramo con los momentos de apoyo modificados.

8.4.3. La redistribución de los momentos negativos se puede hacer sólo cuando  $\epsilon_t$  sea **igual o mayor que 7.5‰** en la sección en la cual se reduce el momento.



1) Se dimensiona la sección de apoyo para el momento a filo, **sin plastificar**

2) Se determina en esa sección la deformación en el acero más traccionado. Por ejemplo, si resulta:

$$\epsilon_t = 25\text{‰}$$

Como es mayor que 7.5‰, **SÍ** se podría plastificar

Cuánto? El menor valor entre  $\begin{cases} 1000\epsilon_t = 25\% \\ 20\% \end{cases}$

**Por lo tanto, se podría plastificar un 20%**



FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

## Ejemplo de Dimensionamiento N°4

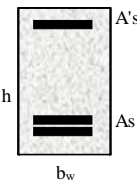
FLEXIÓN SIN ESFUERZO AXIL

CON ARMADURA DE COMPRESIÓN

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 33

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



Datos:

Hormigón:  $f_c = 35.0$  MPa

Acero:  $f_y = 420.0$  MPa

Sección:  $b_w = 15$  cm

$h = 45$  cm

Solicitaciones:

$M_u = 201.1$  KNm (Mu siempre positivo)

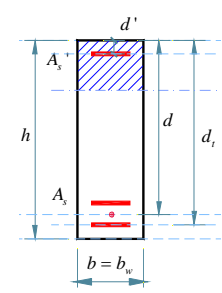
$N_u = 0.0$  KN (Positivo para tracción)

Recubrimiento:  $r = 2$  cm

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 34

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



**Cálculos Preliminares:**

- Se estima  $d$  y  $d'$   $\left\{ \begin{array}{l} d = h - 5 = 40\text{cm} \\ d' = 4\text{cm} \end{array} \right.$
- Con  $f_y$   $\left\{ \begin{array}{l} E_s = 200000\text{MPa} \\ \varepsilon_y = 2.10^\circ /_{oo} \end{array} \right.$
- Con  $f_c'$   $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = 0.850 \\ \beta_1 = 0.814 \\ 0.1f_c' A_g = 0.1f_c' b_w h = 236\text{KN} \end{array} \right.$

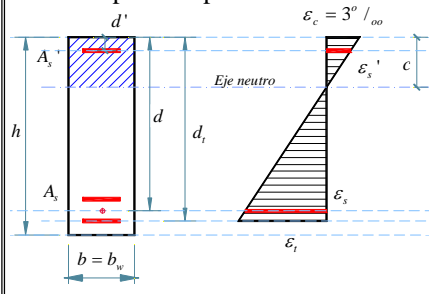
$N_u = 0 \Rightarrow \varepsilon_t \geq 4^\circ /_{oo}$

$\Rightarrow$  Se determina  $M_{us} = M_u - N_u \left( d - \frac{h}{2} \right) = 201.1\text{KNm} = M_u$

Lámina 35

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

### Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?



$M_{ns} \geq M_{us} / \phi$   
 $N_n \geq N_u / \phi$   
 $\phi = ?$

**SUPONGO FALLA CONTROLADA POR TRACCIÓN:**

$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s \geq 5^\circ /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t \leq \frac{3}{8} = 0.375; \quad \phi = 0.90; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$

- Se estima  $C_c$   $j_{dc} \cong 0.80d = 32.0\text{cm}$
- $C_c \cong \frac{M_{us}}{\phi} \frac{1}{j_{dc}} = 698.3\text{KN} = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b$
- Se estima  $c$

$\Rightarrow c \cong \frac{C_c}{\alpha_1 f_c' \beta_1 b} = 19.22\text{cm} \Rightarrow c / d = 0.480 > 0.375$ 

 $\Rightarrow$  **NO VERIFICA HIP. FALLA CT**

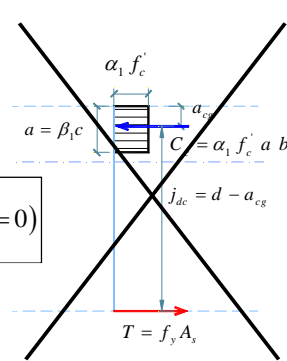


Lámina 36

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?**

**NO VERIFICA HIP. FALLA EN TRACCIÓN** ⇒ **SE CALCULA QUÉ MOMENTO MÁXIMO PUEDE ABSORBERSE SIN ARMADURA DE COMPRESIÓN:**

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{oo} \end{array} \right\} \Rightarrow c / d_t = \frac{3}{7} = 0.429; \quad \phi = 0.81; \quad C_s = 0 (A_s' = 0)$$

- Se calcula el esfuerzo  $C_c$  asociado a este plano

$$c = \frac{3}{7}d = 17.14cm \Rightarrow a = \beta_1 c = 13.96cm$$

$$j_{dc} = d - \alpha_2 a = 33.02cm$$

$$C_c = \alpha_1 f_c' \beta_1 c b = 622.9KN$$

- Se calcula el momento de diseño correspondiente a este plano

$$\phi M_{ns,c}^* = \phi C_c j_{dc} = 167.38KNm$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{oo} \end{array} \right\}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \phi M_{ns,c}^* < M_{us} \Rightarrow \text{Se requiere Armadura de Compresión} \\ \text{Si } \phi M_{ns,c}^* \geq M_{us} \Rightarrow \text{No se requiere Armadura de Compresión} \end{array} \right.$

$\phi M_{ns,c}^* = 167.38KNm < M_{us} = 201.1KNm \Rightarrow$  **SE ADOPTA ARMADURA DE COMPRESIÓN**

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 37

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?**

Se considera que SON VÁLIDOS los datos asociados con el plano

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 3^\circ /_{oo} \\ \varepsilon_s = 4^\circ /_{oo} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 0.81 \\ c = 17.14cm \\ a = 13.96cm \\ j_{dc} = 33.02cm \\ C_c = 622.9KN \end{array} \right.$$

Se calcula cuál es el momento a tomar con armadura de compresión

$$M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds}$$

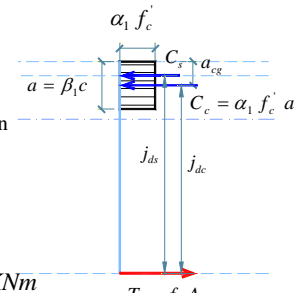
$$M_{us} = \phi M_{ns,c}^* + \phi M_{ns,s}$$

$$\Rightarrow M_{ns,s} = \frac{M_{us} - \phi M_{ns,c}^*}{\phi} = \frac{201.1 - 167.39}{0.81} = 41.44KNm$$

Se calcula el brazo elástico de la armadura de compresión:

$$j_{ds} = d - d' = 40 - 4 = 36cm$$

Se calcula el esfuerzo necesario en la armadura de compresión:

$$M_{ns,s} = 41.44KNm = C_s j_{ds} \Rightarrow C_s = \frac{M_{ns,s}}{j_{ds}} = \frac{41.44}{0.36} = 115.12KN$$


ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 38

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

**ARMADURA PRINCIPAL NECESARIA**

- Se determina la fuerza de tracción:

$$T - C_c - C_s = N_u / \phi$$

$$\Rightarrow T = N_u / \phi + C_c + C_s$$

$$\Rightarrow T = 0 + 622.93 + 115.12 \text{ KN} = 738.05 \text{ KN}$$

- Se determina la armadura principal necesaria:

$$\epsilon_s \geq 4^\circ / \text{oo} \Rightarrow f_s = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$A_{s,nec} = \frac{T}{f_s} = 17.57 \text{ cm}^2$$

- Se verifica que sea mayor que la mínima exigida:

$$A_{s,min} \left\{ \begin{array}{l} = \frac{\sqrt{f_c'}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1.4}{f_y} b_w d = 2.11 \text{ cm}^2 \\ \text{pero } \leq 1.30 A_{s,nec} = 22.84 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$A_{s,nec} = 17.57 \text{ cm}^2$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 39

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

Cómo se procede para determinar la Armadura Necesaria?

**ARMADURA DE COMPRESIÓN NECESARIA**

- Se calcula la deformación:

$$\frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s'}{c - d'} \Rightarrow \epsilon_s' = 2.30^\circ / \text{oo}$$

- Se determina la armadura de compresión necesaria:

$$\epsilon_s' \geq 2.10^\circ / \text{oo} \Rightarrow f_s' = f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$C_s = A'_{s,nec} (f_s - \alpha_1 f_c')$$

$$\Rightarrow A'_{s,nec} = \frac{115.12}{42 - 0.85 \cdot 3.50}$$

$A'_{s,nec} = 2.95 \text{ cm}^2$

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axil de gran excentricidad – 2° Parte Lámina 40

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Conocida la Armadura Necesaria, se procede a adoptar barras de armadura

$A_{s,nec} = 17.57\text{cm}^2$

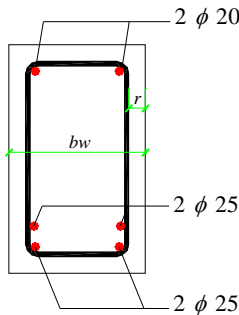
$A'_{s,nec} = 2.95\text{cm}^2$

Díámetro [mm]	Sección [cm <sup>2</sup> ]
6	0.28
8	0.50
10	0.79
12	1.13
16	2.01
20	3.14
25	4.91
32	8.04

Adopto:

Armadura principal: 4  $\phi$  25 en 2 capas  
 $A_{s,adop} = (4 \times 4.91)\text{cm}^2 = 19.63\text{cm}^2 > A_{s,nec}$

Armadura de compresión: 2  $\phi$  20 en 1 capa  
 $A'_{s,adop} = (2 \times 3.14)\text{cm}^2 = 6.28\text{cm}^2 > A'_{s,nec}$



Se ajustan los valores de  $d$ ,  $d_t$  y  $d'$

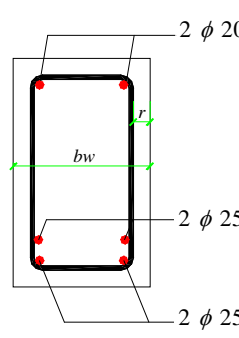
$A'_s =$	<b>6.28 cm<sup>2</sup></b>	$d' =$	<b>4.00 cm</b>
$A'_s/A'_{s,nec} =$	2.13	$(d-d')/(d-d')_{calc} =$	0.95
As-capa1 =	9.82 cm <sup>2</sup>	$d_{capa1} = d_t =$	40.75 cm
As-capa2 =	9.82 cm <sup>2</sup>	$d_{capa2} =$	35.75 cm
<b>As =</b>	<b>19.63 cm<sup>2</sup></b>	<b>d =</b>	<b>38.25 cm</b>
$As/A_{s,nec} =$	1.12	$d/d_{calc} =$	0.96

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 41

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Por último, se verifica la sección (Idem Caso 2 de la clase pasada)



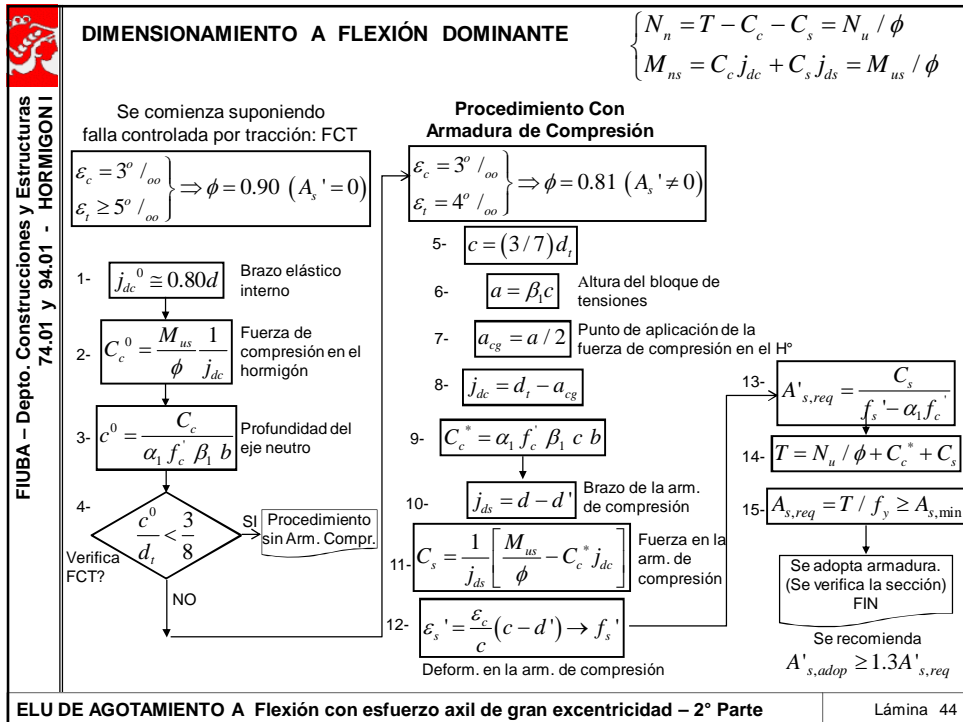
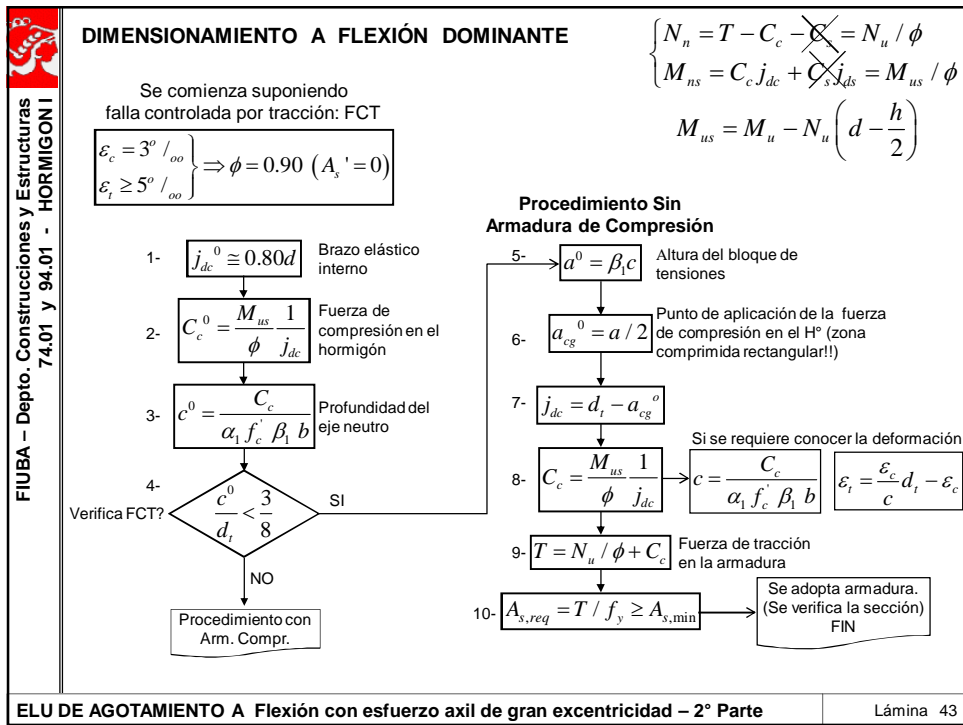
$M_{ns} = C_c j_{dc} + C_s j_{ds} = 268.0\text{KNm}$   
 $\epsilon_t = 4.67\text{‰} \Rightarrow \phi = 0.87$   
 $\epsilon_s' = 2.25\text{‰}$

$\Rightarrow M_{ds} = \phi M_{ns} = 233.5\text{KNm} > M_{us} = 201.1\text{KNm} \checkmark$ 

La armadura adoptada es adecuada

ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión con esfuerzo axial de gran excentricidad – 2° Parte

Lámina 42





FIN –  
ELU DE AGOTAMIENTO A  
Flexión con esfuerzo axial  
de gran excentricidad – 2° Parte

GRACIAS POR SU ATENCION !!!