

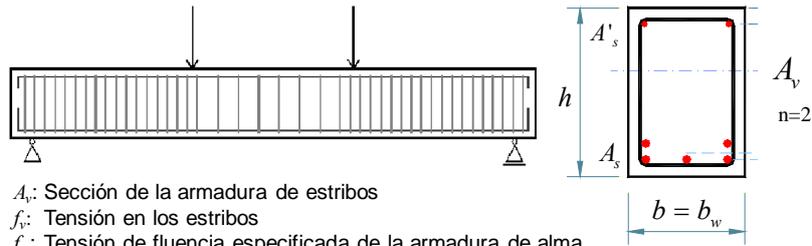


HORMIGÓN I (74.01 y 94.01)

**ELU DE AGOTAMIENTO A Flexión y Corte**  
**Modelo de análisis**



**ARMADURA DE CORTE: ESTRIBOS**



- $A_v$ : Sección de la armadura de estribos
- $f_v$ : Tensión en los estribos
- $f_{yv}$ : Tensión de fluencia especificada de la armadura de alma
- n: Ramas de estribos ( $A_v = n \cdot A_{estr}$ )
- s: Separación de los estribos

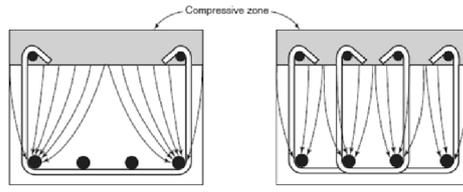
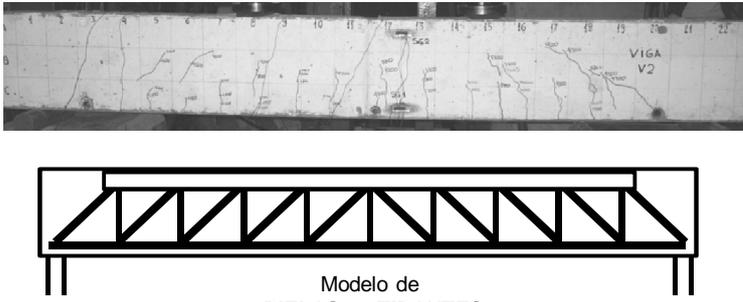


Fig. 6-28  
Flow of diagonal compression force in the cross sections of beams with stirrups.

Wight MacGregor  
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Cómo se modela el comportamiento de una viga de hormigón armado fisurada y con armadura de corte?



Modelo de  
**BIELAS y TIRANTES**  
"Reticulado de Ritter-Mörsch"  
Ritter (1899) – Mörsch (1902)

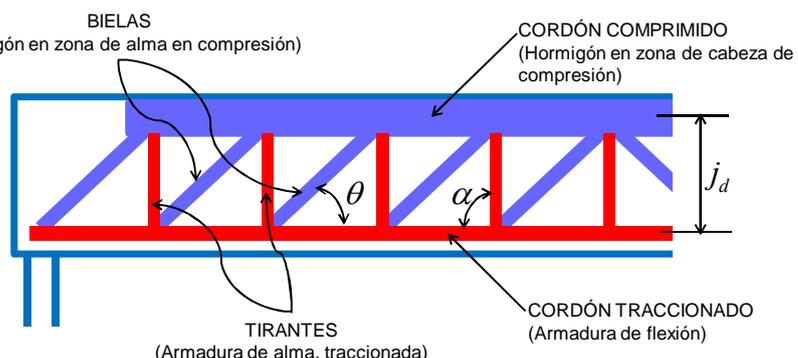
Con leves modificaciones, sigue siendo el modelo más utilizado

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 3

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**MODELO DE BIELAS y TIRANTES**  
"Reticulado de Ritter-Mörsch"



BIELAS  
(Hormigón en zona de alma en compresión)

CORDÓN COMPRIMIDO  
(Hormigón en zona de cabeza de compresión)

TIRANTES  
(Armadura de alma, traccionada)

CORDÓN TRACCIONADO  
(Armadura de flexión)

- 1) CORDONES PARALELOS
- 2) BIELAS: DIAGONALES COMPRIMIDAS  $\theta=45^\circ$
- 3) TIRANTES: BARRAS TRACCIONADAS INCLINADAS  $\alpha=45^\circ$  a  $90^\circ$  (en el dibujo,  $90^\circ$ )
- 4) ESTÁTICAMENTE DETERMINADO

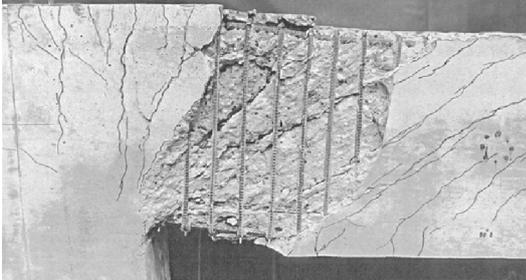
ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 4

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

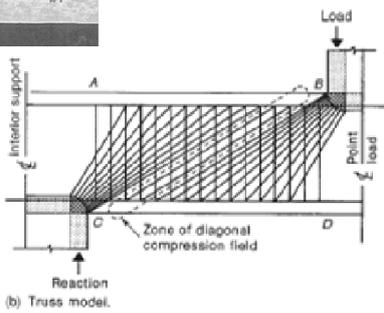
### MODELO DE BIELAS y TIRANTES

Reticulado con bielas en abanico



Figs. 6-21 y 6-22  
Abanico de compresión en zona de apoyo  
Ensayo y modelo

Wight MacGregor  
"Reinforced Concrete Mechanics and Design"



(b) Truss model.

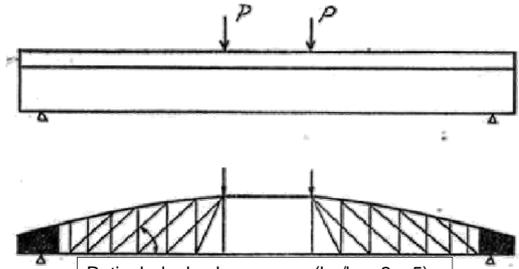
ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

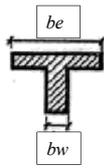
Lámina 5

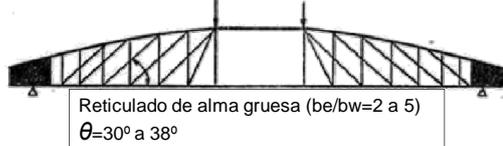
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGON I

### MODELO DE BIELAS y TIRANTES

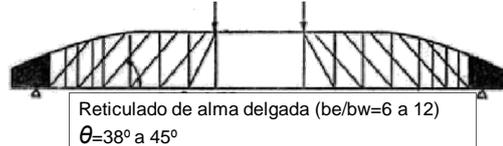
Reticulado con cordón comprimido inclinado (teoría ampliada)







Reticulado de alma gruesa ( $be/bw=2$  a  $5$ )  
 $\theta=30^\circ$  a  $38^\circ$



Reticulado de alma delgada ( $be/bw=6$  a  $12$ )  
 $\theta=38^\circ$  a  $45^\circ$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 6

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Esfuerzos en el reticulado

Nudo 1

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

Nudo 2

$$T_{11} = C_{b1} \sin(\theta) / \sin(\alpha) = V / \sin(\alpha)$$

$$C_1 = C_{b1} \cos(\theta) + C_{b1} \sin(\theta) / \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$\Rightarrow C_1 = V / \operatorname{tg}(\theta) + V / \operatorname{tg}(\alpha)$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 7

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Esfuerzos en el reticulado

$$T_{11} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

$$a_r = j_d \left( \frac{1}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha)} \right) \Rightarrow a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))$$

$a_r$ : proyección horizontal de la fisura

CASOS PARTICULARES

- Para estribos verticales:  $\alpha=90^\circ$  y bielas con inclinación  $\theta$   $a_r = j_d \operatorname{cotg}(\theta)$
- Para estribos verticales:  $\alpha=90^\circ$  y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $a_r = j_d$
- Para estribos inclinados:  $\alpha=45^\circ$  y bielas con inclinación  $\theta$   $a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + 1)$
- Para estribos inclinados:  $\alpha=45^\circ$  y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $a_r = 2j_d$

$$T_{11} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

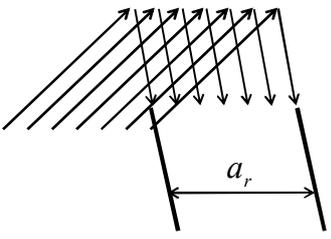
$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 8

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Esfuerzo de tracción en el alma por unidad de longitud



$$T_{t1} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

$$a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))$$

$$T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{\sin(\alpha) j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))}$$

Para bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $T_{t1}' = \frac{V_s}{j_d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}$

Para estribos verticales:  $\alpha=90^\circ$   
y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{j_d}$   
 $a_r = j_d$

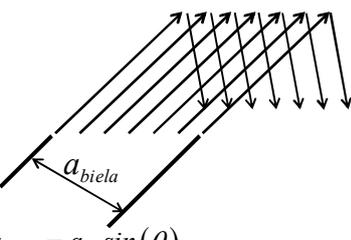
Para estribos inclinados:  $\alpha=45^\circ$   
y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $T_{t1}' = \frac{T_{t1}}{a_r} = \frac{V}{\sqrt{2} j_d}$   
 $a_r = 2 j_d$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 9

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Tensión de compresión en la biela



$$T_{t1} = V / \sin(\alpha)$$

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \operatorname{tg}(\theta)$$

$$C_1 = \frac{V}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{V}{\cos(\alpha)}$$

$$a_r = j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha))$$

$$a_{biela} = a_r \sin(\theta)$$

$$f_{biela} = \frac{C_{b1}}{b_w a_{biela}} = \frac{V}{b_w j_d (\operatorname{cotg}(\theta) + \operatorname{cotg}(\alpha)) \sin(\theta)^2} \leq 0.60 \underbrace{0.85 f_c'}_{f_c''}$$

Para bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $f_{biela} = \frac{V}{b_w j_d (1 + \operatorname{cotg}(\alpha))}$

Para estribos verticales:  $\alpha=90^\circ$   
y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $f_{biela} = 2 \frac{V}{b_w j_d}$

Para estribos inclinados:  $\alpha=45^\circ$   
y bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$   $f_{biela} = \frac{V}{b_w j_d}$

$$v = \frac{V}{b_w d}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 10

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Si es una carga distribuida  $w$

Nudo 1

$$C_{b1} = V / \sin(\theta)$$

$$T_1 = V / \text{tg}(\theta)$$

Nudo 2

$$T_{i1} = (V - w a_r) / \sin(\alpha)$$

$$C_1 = V / \text{tg}(\theta) + (V - w a_r) / \text{tg}(\alpha)$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 11

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

Decalaje

Nudo 3

$$C_{b2} = \frac{T_{i1} \sin(\alpha)}{\sin(\theta)} \quad ; \quad T_2 = T_1 + T_{i1} \cos(\alpha) + \frac{T_{i1} \sin(\alpha)}{\text{tg}(\theta)}$$

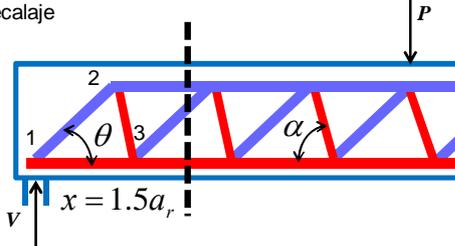
$$T_2 = \frac{V}{\text{tg}(\theta)} + \frac{V}{\sin(\alpha)} \cos(\alpha) + \frac{V \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) \text{tg}(\theta)}$$

$$T_2 = 2V \cotg(\theta) + V \cotg(\alpha)$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 12

Decalaje



$$T_2 = 2V \cotg(\theta) + V \cotg(\alpha) \neq \frac{M}{j_d} = \frac{V \cdot 1.5a}{j_d} = V \cdot 1.5 (\cotg(\theta) + \cotg(\alpha))$$

$$\Delta T = V [2 \cotg(\theta) + \cotg(\alpha) - (1.5 \cotg(\theta) + 1.5 \cotg(\alpha))] = V [0.5 \cotg(\theta) - 0.5 \cotg(\alpha)] \Rightarrow$$

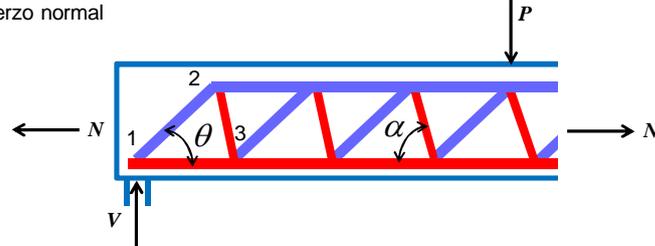
$$\text{decalaje} = \Delta x = \frac{\Delta T}{V} j_d = \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2} j_d$$

$$T_x = \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 13

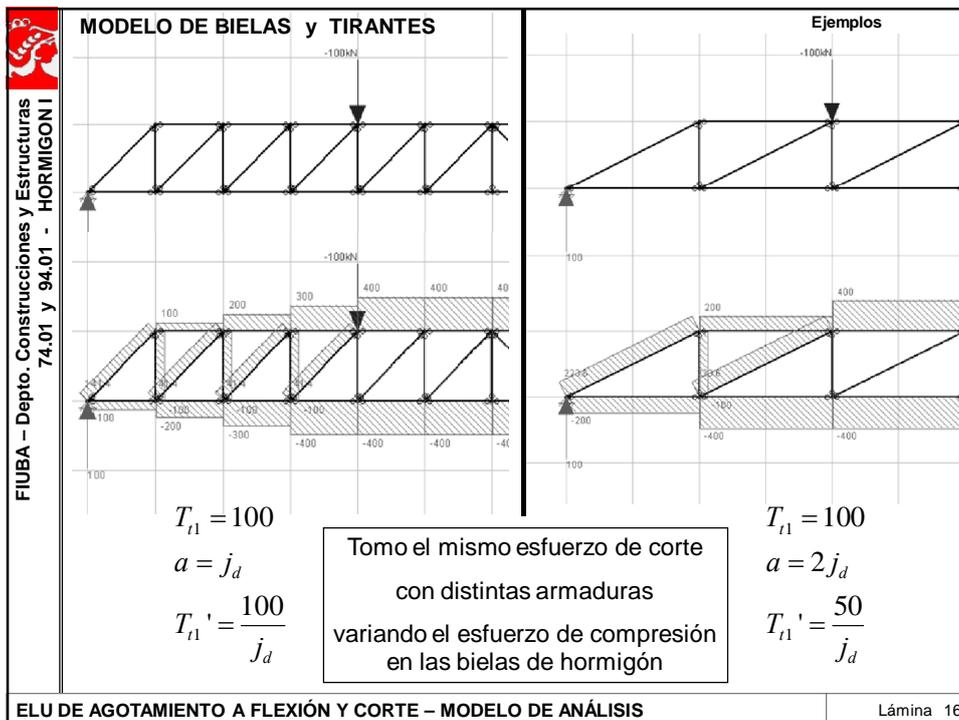
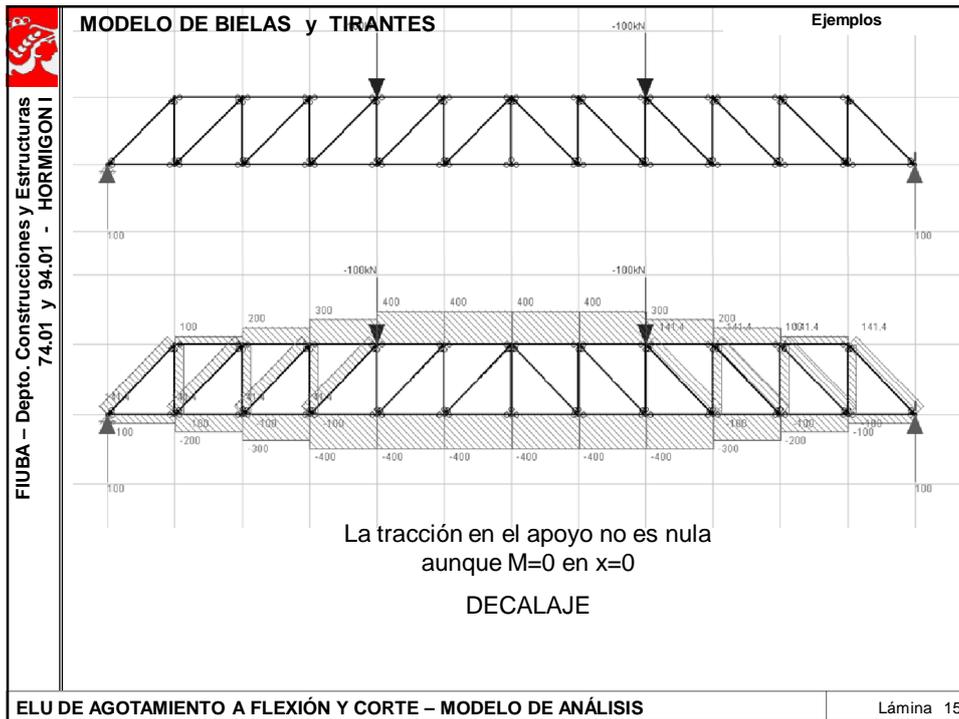
Esfuerzo normal

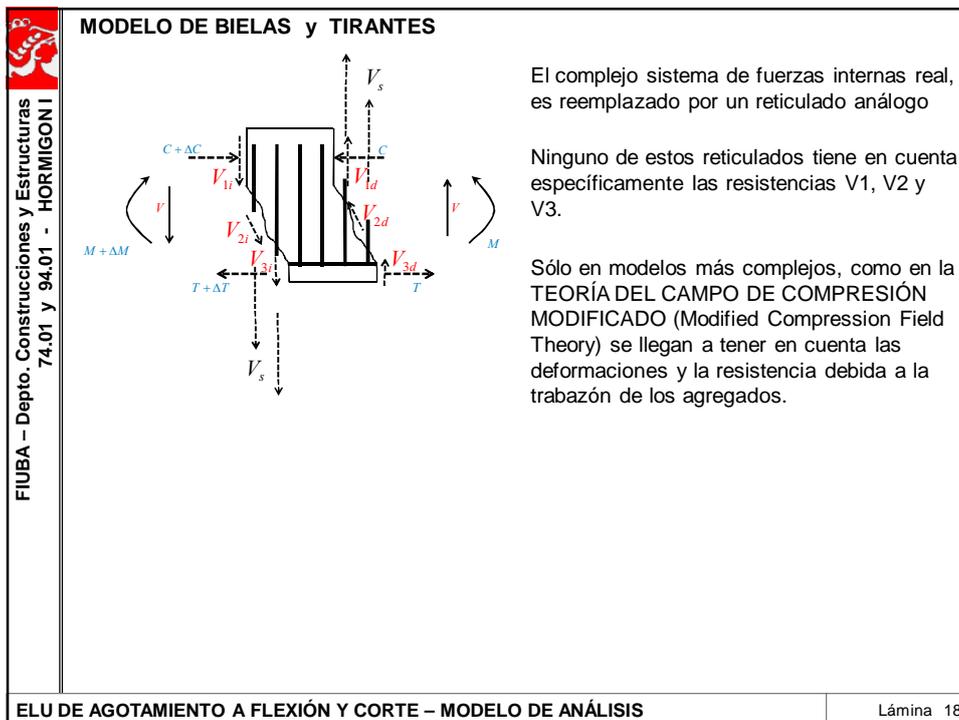
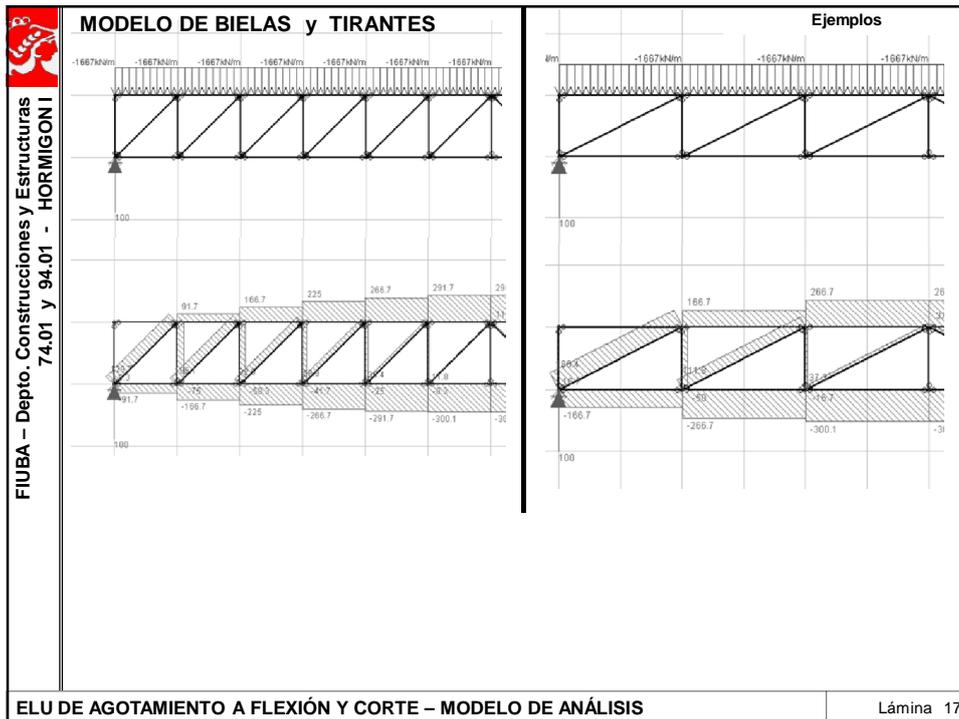


$$T_x = T_n + \frac{M_x}{j_d} + V_x \frac{\cotg(\theta) - \cotg(\alpha)}{2}$$

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 14





FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA**

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$$

$$\phi = 0.75$$

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

Vn: Resistencia Nominal al Corte

Vc: Resistencia Nominal proporcionada por el hormigón y la armadura de flexión (en un elemento sin armadura de alma)

Vs: Resistencia Nominal proporcionada por la armadura de alma

Vc: El reglamento lo especifica  
**EMPÍRICAMENTE** considerando vigas sin armadura de alma

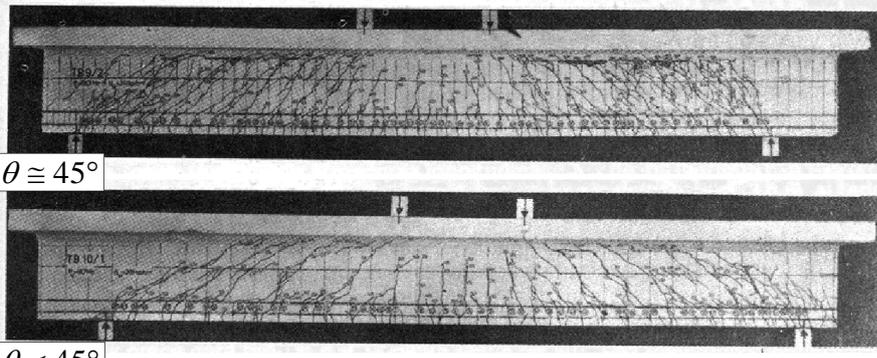
Qué sucede con la inclinación de las fisuras cuando se dispone armadura de alma?

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 19

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**EFFECTO DE LA ARMADURA EN LA INCLINACIÓN DE LAS FISURAS**



La inclinación de las fisuras se modifica según la armadura que se dispone !!!

**El valor de Vc dado en el reglamento es válido si se toma  $\theta=45^\circ$ .**

**Tomar  $V_c=0$  si se adopta  $\theta < 45^\circ$**

**(Valores recomendados  $25^\circ < \theta < 65^\circ$ )**

Fig 8-21 – LEONHARDT  
"Estructuras de Hormigón Armado" – Tomo I

ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 20

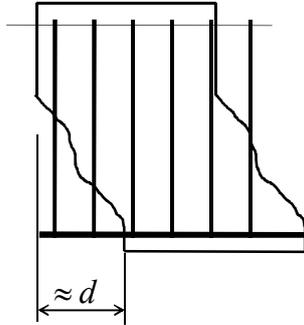
FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b> $V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)$
	$N_u = 0 \Rightarrow V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d$ <span style="margin-left: 100px;"><math>\sqrt{f'_c} \leq 8.30 \text{ MPa}</math></span>
	$N_u$ : esfuerzo axial de compresión $V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d$
	<p><math>N_u</math>: esfuerzo axial mayorado, normal a la sección transversal, que se produce simultáneamente con <math>V_u</math> o <math>T_u</math>.</p> <p>Se debe considerar <b>positivo para compresión y negativo para tracción</b>, en N.</p> <p><math>A_g</math> área total o bruta de la sección, en mm<sup>2</sup>.</p> <p><b>11.3.1.3.</b> Para <b>elementos sometidos a una tracción axial significativa</b>, la armadura de corte se debe dimensionar para que resista el <b>corte total</b>, a menos que se realice un análisis más detallado de acuerdo con el artículo 11.3.2.3.</p>
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS</b> <span style="float: right;">Lámina 21</span>	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b> <span style="margin-left: 20px;"><math>V_u \leq \phi(V_n) = \phi(V_c + V_s)</math></span>
	<p>Art. 11.3.2. Dice que el Reglamento permite determinar la resistencia al corte <math>V_c</math> mediante un procedimiento más detallado, según las siguientes expresiones:</p>
	<p>1) Para los <b>elementos sometidos únicamente a corte y flexión</b>:</p> $N_u = 0 \Rightarrow V_c = \left( \sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f'_c} b_w d$ <p style="text-align: center;">siendo <math>\rho_w = \frac{A_s}{b_w d}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\frac{V_u d}{M_u} \leq 1</math></p> <p style="text-align: right; font-size: small;">Mu el momento mayorado que actúa simultáneamente con <math>V_u</math> en la sección considerada.</p>
	<p>2) Para <b>elementos con Compresión axial</b>:</p> <p><math>N_u</math> compresión <math>\Rightarrow N_u &gt; 0</math>      <math>M_m = M_u - N_u \left( \frac{4h - d}{8} \right)</math></p> $V_c = \left( \sqrt{f'_c} + 120 \rho_w \frac{V_u d}{M_m} \right) \frac{1}{7} b_w d \leq 0.30 \sqrt{f'_c} b_w d \sqrt{1 + \frac{0.3N_u}{A_g}}$
<p>3) Para <b>elementos con Tracción axial</b>:</p> <p><math>N_u</math> tracción <math>\Rightarrow N_u &lt; 0</math></p> $V_c = \left( 1 + \frac{0.3N_u}{A_g} \right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w d \geq 0$ <p style="text-align: right;"><math>\frac{N_u}{A_g}</math> en [MPa]</p>	
<b>ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS</b> <span style="float: right;">Lámina 22</span>	

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b> <b>Zona 1: bajas solicitaciones</b>
	$V_u \leq \frac{1}{2} \phi(V_c) \Rightarrow \text{No es necesario disponer Armadura de Corte}$ $\frac{V_u}{\phi} \leq \frac{V_c}{2} \Rightarrow \text{ZONA 1a}$
	<hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\frac{1}{2} \phi(V_c) < V_u < \phi(V_c) \Rightarrow \text{Armadura de Corte M\u00ednima}$ $A_{v,\min} = \frac{1}{16} \sqrt{f_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0.33 \frac{b_w s}{f_{yt}}$ $\frac{V_c}{2} < \frac{V_u}{\phi} < V_c \Rightarrow \text{ZONA 1b}$
ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS <span style="float: right;">L\u00e1mina 23</span>	

 FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b>
	$\phi(V_c) < V_u \Rightarrow \text{Se debe calcular la Armadura de Corte}$ $V_u \leq \phi(V_c + V_s) \Rightarrow V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$
	<b>Zona 2: solicitaciones medias</b> $V_s \leq \frac{1}{3} \sqrt{f_c} b_w d \Rightarrow \text{ZONA 2 (s} \leq d/2)$
<b>Zona 3: solicitaciones altas</b> $\frac{1}{3} \sqrt{f_c} b_w d < V_s \leq \frac{2}{3} \sqrt{f_c} b_w d \Rightarrow \text{ZONA 3 (s} \leq d/4)$	
ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS <span style="float: right;">L\u00e1mina 24</span>	

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b>  $\phi(V_c) < V_u \Rightarrow$ Se debe calcular la Armadura de Corte  $V_u \leq \phi(V_c + V_s) \Rightarrow V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$
	<b>ZONA INADMISIBLE</b>  $V_s > \frac{2}{3} \sqrt{f_c'} b_w d \Rightarrow$ <i>REDIMENSIONAR</i>  Esta limitación es POR LIMITACIÓN DEL ANCHO DE FISURAS INCLINADAS. Sin embargo, también es efectiva para evitar la falla por aplastamiento de las bielas de compresión.
	ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS <span style="float: right;">Lámina 25</span>

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras 74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I	<b>DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA</b>  $V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$	En el reglamento se asume: $\theta = 45^\circ$ $j_d \cong d$	
	ESTRIBOS: fuerza distribuida Para bielas con inclinación $\theta=45^\circ$  $T_{t1}' = \frac{V_{s,estr}}{j_d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))}$	$\Rightarrow$	Simplificando $jd=d$  $\frac{V_{s,estr}}{d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))} = \frac{1}{s} A_v f_{yt}$
		$V_{s,estr} = \frac{1}{s} A_v f_{yt} d (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))$  $f_{yt}$ : tensión de fluencia especificada de la armadura de alma  Estribos verticales:  $V_{s,estr} = \frac{1}{s} A_v f_{yt} d$	ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS <span style="float: right;">Lámina 26</span>

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

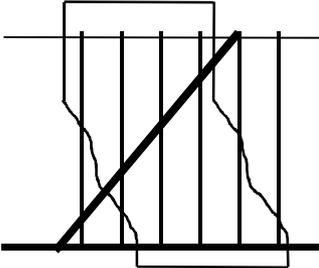
**DIMENSIONAMIENTO SEGÚN CIRSOC EN VIGENCIA**

$$V_s \geq \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

En el reglamento se asume:  $\theta = 45^\circ$   
 $j_d \cong d$

BARRAS DOBLADAS: fuerza concentrada  
Para bielas con inclinación  $\theta=45^\circ$

$$T_{t1} = \frac{V_{s,bd}}{\sin(\alpha)} = A_{s,bd} f_{yt}$$

$$V_{s,bd} = A_{s,bd} f_{yt} \sin(\alpha) \leq \frac{1}{4} \sqrt{f_c} b_w d$$


ELU DE AGOTAMIENTO A FLEXIÓN Y CORTE – MODELO DE ANÁLISIS

Lámina 27

FIUBA – Depto. Construcciones y Estructuras  
74.01 y 94.01 - HORMIGÓN I

**FIN –  
ELU DE AGOTAMIENTO A  
FLEXIÓN Y CORTE  
MODELO DE ANÁLISIS**

**GRACIAS POR SU ATENCION !!!**